

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
CENTRO TECNOLÓGICO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
PROJETO DE GRADUAÇÃO



FELIPE DE ROSSI AUDIBERT

INTERFERÔMETROS DE SAGNAC EM FIBRA PARA  
SENSORIAMENTO DE TEMPERATURA COM  
SENSIBILIDADE AUMENTADA VIA EFEITO DE  
VERNIER

VITÓRIA-ES

DEZEMBRO/2023

Felipe de Rossi Audibert

**INTERFERÔMETROS DE SAGNAC EM FIBRA PARA  
SENSORIAMENTO DE TEMPERATURA COM  
SENSIBILIDADE AUMENTADA VIA EFEITO DE  
VERNIER**

Parte manuscrita do Projeto de Graduação do aluno Felipe de Rossi Audibert, apresentado ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Eletricista.

Vitória-ES

Dezembro/2023

Felipe de Rossi Audibert

# INTERFERÔMETROS DE SAGNAC EM FIBRA PARA SENSORIAMENTO DE TEMPERATURA COM SENSIBILIDADE AUMENTADA VIA EFEITO DE VERNIER

Parte manuscrita do Projeto de Graduação do aluno Felipe de Rossi Audibert, apresentado ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Eletricista.

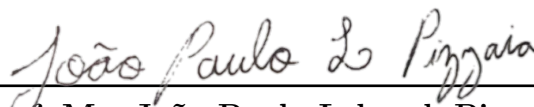
Aprovado em 15 de dezembro de 2023.

**COMISSÃO EXAMINADORA:**



---

**Prof. Dr. Carlos Eduardo Schmidt  
Castellani**  
Universidade Federal do Espírito Santo  
Orientador



---

**Prof. Me. João Paulo Lebarck Pizzaia**  
Universidade Federal do Espírito Santo  
Coorientador

Documento assinado digitalmente



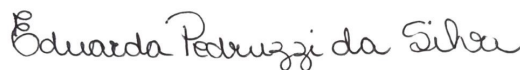
ARNALDO GOMES LEAL JUNIOR

Data: 20/12/2023 10:38:53-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Prof. Dr. Arnaldo Gomes Leal Junior**  
Universidade Federal do Espírito Santo  
Examinador



---

**Profa. Ma. Eduarda Pedruzzi da Silva**  
Universidade Federal do Espírito Santo  
Examinadora

Vitória-ES

Dezembro/2023

## AGRADECIMENTOS

Agradeço especialmente aos meus amigos, que são família, e à minha família, que são também amigos, condição fundamental da vida. Sem vocês nada seria possível, sem vocês nada faria sentido.

Agradeço também ao meu orientador, Carlos Eduardo Schmidt Castellani e ao meu coorientador, João Paulo Lebarck Pizzaia, pelo apoio e orientação durante todo processo. Tal como à UFES e ao LABTEL pela estrutura e oportunidade.

“... como protesto lúcido do homem atirado sobre uma terra cujo esplendor e cuja luz lhe  
falam, sem trégua, de um Deus que não existe.” (Albert Camus)

## RESUMO

A temperatura é uma das mais importantes quantidades a serem controladas na indústria, sendo para correta realização de algum processo químico ou mesmo para segurança. Sensores que se propõem a suprir essa necessidade devem atender várias condições como: preço, precisão, resistência, velocidade, acurácia e confiabilidade. Nesse contexto, sensores implementados em fibra óptica apareceram valendo-se de algumas características únicas da fibra como: resistência a corrosão, flexibilidade e a ausência de corrente elétrica. Em especial, os interferômetros de Sagnac, por terem uma construção simples, reduzem os custos e geram menos manutenção. Mais recentemente, na última década, novos desenvolvimentos da tecnologia trouxeram o uso do efeito Vernier, esse efeito, conhecido há séculos, encontrou aplicação em sensores em fibra, com os primeiros trabalhos publicados em 2012. O efeito utiliza dois interferômetros para observar o padrão de interferência entre eles e aumentar a precisão da medida por um fator  $M$ . O efeito multiplicador da sensibilidade, abre portas para uma nova fronteira de sensores de alta precisão, a linha de pesquisa em si é recente e possui várias possibilidades a serem exploradas. Sendo assim, este trabalho visou analisar esses sensores. Primeiramente com um *setup* em laboratório na configuração em série para levantar o comportamento real, em seguida foi simulada a mesma configuração, visando validar essa simulação e ajustar parâmetros. As simulações foram utilizadas para estudar os sensores. Foram observados fatores que afetam a magnitude do fator  $M$  como a defasagem entre os sensores e a relação de tamanho entre eles. Os estudos foram feitos com configuração de dois sensores em série e em paralelo, sendo por fim analisada novas configurações.

**Palavras-chave:** Interferômetros de Sagnac; Sensores em fibra; Sensores de temperatura; Efeito Vernier óptico.

## ABSTRACT

The temperature is one of the most important quantities to be controlled in the industry, whether for the correct execution of a chemical process or safety. Sensors designed to meet this need must satisfy various conditions such as price, precision, resistance, speed, accuracy, and reliability. In this context, fiber optic sensors have emerged, leveraging some unique characteristics of the fiber, such as corrosion resistance, flexibility, and the absence of electrical current. In particular, Sagnac interferometers, due to their simple construction, reduce costs and require less maintenance. More recently, in the last decade, new technological developments brought the use of the Vernier effect. This effect, known for centuries, found application in fiber sensors, with the first studies published in 2012. The effect uses two interferometers to observe the interference pattern between them and increase the measurement precision by a factor  $M$ . The multiplier effect of sensitivity opens doors to a new frontier of high-precision sensors. The research field itself is recent and has several possibilities to be explored. Therefore, this work aimed to analyze these sensors. Firstly, with a laboratory setup in a series configuration to assess the real behavior, the same configuration was simulated to validate this simulation and adjust parameters. Simulations were used to study the sensors, considering factors affecting the magnitude of the factor  $M$ , such as phase difference between sensors and their size ratio. The studies were conducted with a configuration of two sensors in series and in parallel, and new configurations were ultimately analyzed.

**Keywords:** Sagnac interferometers; Fiber sensors; Temperature sensors; Optical Vernier effect.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Esquemático de um interferômetro de Sagnac montado com espelhos. . . . .	14
Figura 2 – Esquemático de um interferômetro de Sagnac em fibra. . . . .	15
Figura 3 – Interferômetro de Sagnac montado em fibra com efeito de Vernier. . . . .	16
Figura 4 – <i>Plot</i> da função cosseno do inverso. . . . .	20
Figura 5 – Espectro de 1000 nm até 5000 nm (300 – 60 tera-hertz). . . . .	21
Figura 6 – Seção transversal dos tipos mais comuns de PMF. . . . .	22
Figura 7 – Desenho de um paquímetro e suas escalas defasadas. . . . .	23
Figura 8 – Princípio de operação do efeito Vernier, sendo (a) o batimento de duas ondas levemente diferentes e (b) o efeito de deslocar umas das ondas. . . . .	24
Figura 9 – Curvas de multiplicação da sensibilidade por <i>detuning</i> . . . . .	25
Figura 10 – Espectro de transmissão para o caso fundamental(a) e para o primeiro(b), segundo(c) e terceiro(d) harmônico. . . . .	26
Figura 11 – Curvas de multiplicação da sensibilidade por <i>detuning</i> para diferentes harmônicos. . . . .	26
Figura 12 – <i>Setup</i> montado em laboratório, configuração com um interferômetro de Sagnac. . . . .	29
Figura 13 – <i>Setup</i> montado em laboratório, configuração com dois interferômetros de Sagnac em série. . . . .	30
Figura 14 – <i>Setup</i> na configuração com dois interferômetros de Sagnac, em série (a) e em paralelo (b). . . . .	31
Figura 15 – Comparação do espectro de transmissão para 1(a), 2(b) e 3(c) metros de PMF no loop. . . . .	35
Figura 16 – Espectro do sensor deslocando com a variação de temperatura, como medido pelo OSA (a) e normalizado pelo potência da fonte de luz (b). . . . .	36
Figura 17 – Simulação do espectro de transmissão para o caso em série (a) e para o caso em paralelo (b). . . . .	37
Figura 18 – Curva do fator M para vários valores de <i>detuning</i> . . . . .	38
Figura 19 – Simulação do espectro de transmissão para 1 metro de sensor e referências com comprimento de 0,9, 0,925, 0,95, 0,975, 0,999 e 1 metro, respectivamente, (a), (b), (c), (d), (e), (f). . . . .	38
Figura 20 – Simulação do espectro de transmissão para 1 metro de sensor e referências com comprimento de 0,97, 0,97/2, 0,97/3 e 0,97/4 metro, respectivamente, (a), (b), (c) e (d). . . . .	39
Figura 21 – Resultados experimentais para a primeira montagem, demonstrando todas medidas (a) e com apenas uma curva para se observar o envelope (b). . . . .	41



Figura 22 – Resultados experimentais para a primeira montagem com apenas uma curva para se observar o envelope (a) e uma simulação com 1 e 0,98/4 metros para comparação (b). . . . .	42
Figura 23 – Resultados experimentais para a segunda montagem, exibindo os espectros de transmissão para as diferentes temperaturas. . . . .	43
Figura 24 – Montagem do modelo com duas fibras no mesmo loop. . . . .	43
Figura 25 – Simulação do efeito Vernier com três sensores de 1,1, 1,2 e 1,4 metros de fibra, para o caso em série (a) e para o caso em paralelo (b). . . . .	44
Figura 26 – Grafo com três vértices (a), grafo com cinco vértices (b) e um grafos com cinco marcando o seu <i>subset</i> de três. . . . .	46
Figura 27 – Simulação do efeito Vernier com três sensores de 1,01, 1,02 e 1,2 metros de fibra. Tendo o espectro da combinação 1,01 e 1,2(a), 1,02 e 1,2(b) e a combinação dos dois envelopes no caso com os três sensores(c). . . . .	46
Figura 28 – Espectro para combinação 1,01 e 1,02. . . . .	47

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores para comparação, obtidos via simulação. . . . .	35
Tabela 2 – Sensibilidade das configurações paralelo e série para diferentes tamanhos.	37
Tabela 3 – Sensibilidade das configurações paralelo e série para diferentes tamanhos.	40

## LISTA DE ALGORITMOS

1	Loop para cálculo de transmissão . . . . .	32
2	Código para variação da temperatura. . . . .	32

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

IS	Interferômetro de Sagnac
PC	<i>Polarization Controller</i>
PMF	<i>Polarization Maintaining Fiber</i>
PCF	<i>Photonic-crystal Fiber</i>
OSA	<i>Optical Spectrum Analyzer</i>
OPL	<i>Optical Path Length</i>
FSR	<i>free spectral range</i>
LABTEL	Laboratório de Telecomunicações
UFES	Universidade Federal do Espírito Santo

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO . . . . .	14
1.1	Apresentação . . . . .	14
1.2	Trabalhos Relacionados . . . . .	16
2	OBJETIVOS . . . . .	17
2.1	Objetivos Gerais . . . . .	17
2.2	Objetivos Específicos . . . . .	17
2.3	Estrutura do Texto . . . . .	18
3	REFERENCIAL TEÓRICO . . . . .	19
3.1	Interferômetros . . . . .	19
3.2	Interferômetros de Sagnac . . . . .	19
3.3	Birrefringência . . . . .	20
3.4	Fibras Mantenedoras de Polarização . . . . .	21
3.5	Efeito Vernier . . . . .	22
3.6	Efeito Vernier Óptico . . . . .	23
3.6.1	Harmônicos do Efeito Vernier . . . . .	25
3.6.2	Caso Complexo do Efeito Vernier . . . . .	25
3.7	Cálculo de Jones . . . . .	26
4	METODOLOGIA E ETAPAS DO DESENVOLVIMENTO . . . . .	28
4.1	Introdução . . . . .	28
4.2	Montagem do Interferômetro de Sagnac . . . . .	28
4.3	Montagem do Interferômetro de Sagnac Duplo . . . . .	29
4.4	Simulações de Dois Sensores . . . . .	30
4.5	Simulações de Outras Configurações . . . . .	33
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO . . . . .	34
5.1	Introdução . . . . .	34
5.2	Sagnac Simples . . . . .	34
5.3	Simulações do Efeito Vernier . . . . .	36
5.3.1	Harmônicos . . . . .	39
5.4	Montagem do Interferômetro de Sagnac Duplo . . . . .	40
5.5	Simulações do Efeito Vernier com Três Sensores . . . . .	43
6	CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS . . . . .	48
6.1	Conclusões . . . . .	48

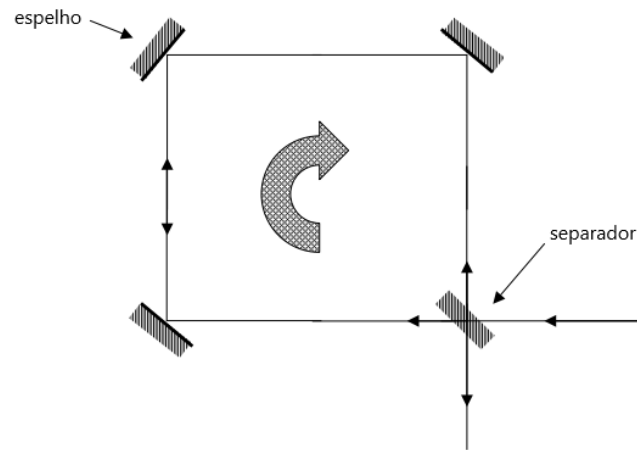
6.2	Trabalhos Futuros . . . . .	49
	REFERÊNCIAS . . . . .	50

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Apresentação

O interferômetro de Sagnac (IS) foi primeiramente demonstrado pelo físico francês Georges Sagnac em 1913 (SAGNAC, 1913), sobre o contexto da investigação das características da luz e do éter luminoso. Esse interferômetro se diferencia dos outros, pois os dois raios de luz percorrem o mesmo caminho físico, apenas em sentidos opostos, como pode ser visto na Figura 1.

Figura 1 – Esquemático de um interferômetro de Sagnac montado com espelhos.

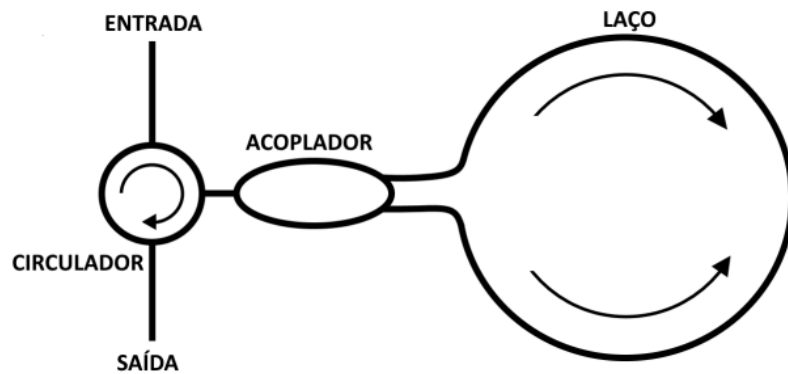


Fonte: Culshaw (2005). Adaptado.

No final do século XX, as fibras ópticas foram desenvolvidas e encontraram utilidade em muitas áreas da fotônica, uma delas sendo na construção de interferômetros de Sagnac. O complexo e sensível sistema de espelhos para criar o caminho físico da luz pôde ser substituído por fibras ópticas, e o divisor de feixe foi substituído por um acoplador conforme visto na Figura 2. Logo foi encontrada aplicação como giroscópio, até a data, era a principal aplicação dos IS para sensoriamento, sendo mais preciso, mais resistente e com preço competitivo se comparado aos seus competidores segundo (CULSHAW, 2005). As vantagens evidenciadas nessa primeira aplicação de IS motivaram a busca por novos métodos de sensoriamento que utilizassem esse modelo. Foram descobertas várias formas de mensurar diferentes grandezas e em 1997 foi descrito um sensor de temperatura baseado em IS e fibra de alta birrefringência por (ROSA et al., 1997), descrito pelos autores como a maior sensibilidade de variação de comprimento de onda para sensores baseados em interferômetros construídos até a data de publicação. Essa sensibilidade possui relação direta com a precisão da medida, conforme será descrito no Capítulo 3. Com o avanço

deste campo de pesquisa, vários sensores baseados em IS foram propostos e estudados, como em (LIU et al., 2021b) e também no Laboratório de Telecomunicações da UFES (LABTEL), que abriga este trabalho, onde alguns sensores foram propostos em (PIZZAIA, 2021) como tese de mestrado e aprofundado em (PIZZAIA et al., 2022) e (PIZZAIA; CASTELLANI, 2022).

Figura 2 – Esquemático de um interferômetro de Sagnac em fibra.

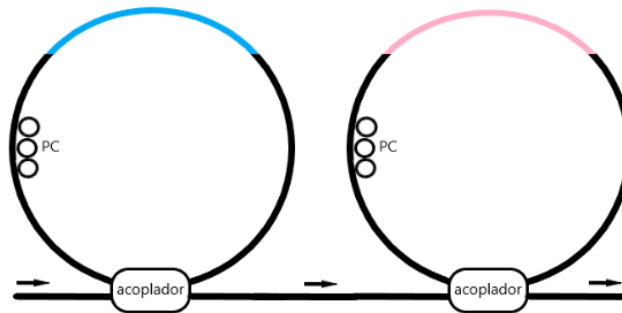


Fonte: Pizzaia (2021).

A variação no comprimento de onda no sensor ( $\text{nm}/^{\circ}\text{C}$ ) ainda não é a precisão da medida, pois depende do equipamento de leitura utilizado, isso é, o mesmo *setup* com uma eletrônica mais precisa (amostras/nm) resulta em medidas mais precisas ( $^{\circ}\text{C}$ ). Ou alternativamente, *setups* com maior sensibilidade permitem sensores com a eletrônica mais simples e barata. Portanto, existe um duplo benefício para o aumento dessa sensibilidade, preço e precisão. Composto muitos dos desenvolvimentos mais recentes para sensores baseados em IS, o efeito Vernier, é um conceito solidificado, datando do século XVII com a invenção do paquímetro, esse utiliza a escala de nônio, uma segunda medida levemente defasada do intervalo da primeira para aumentar a precisão. Esse mesmo efeito pode ser aplicado no caso do efeito óptico de Vernier, utilizando-se dois *setups* de IS parecidos, apenas com uma pequena defasagem (geralmente criada pela diferença de comprimento da fibra), é possível gerar padrões de interferência com a resposta em frequência dos dois e aumentar a sensibilidade dos sensores por um fator  $M$ , que varia de caso em caso, mas comumente alcança valores perto de 10. Um exemplo simples de configuração que utiliza esse efeito pode ser vista na Figura 3.



Figura 3 – Interferômetro de Sagnac montado em fibra com efeito de Vernier.



Fonte: Produção do próprio autor.

## 1.2 Trabalhos Relacionados

Como mencionado anteriormente, o uso do efeito de Vernier aplicado, não somente ao IS, mas também a outros interferômetros, cresceu muito nos últimos anos, começando com a primeira menção no fim de 2012 em (XU et al., 2012), mas demorando alguns anos para virar um foco de pesquisa associado a sensores, conforme descreve (GOMES; BARTELT; FRAZÃO, 2021). A configuração de base a ser usada nesse trabalho, de dois IS em série como exibido na Figura 3, também foi amplamente reproduzida em artigos como em (DING et al., 2021), (SHAO et al., 2015), (LIU et al., 2021a) e (LIN et al., 2021), abordando aspectos e detalhes diferentes. Sendo publicado uma revisão sistemática em 2021 (GOMES; BARTELT; FRAZÃO, 2021), a qual comenta as principais topologias e artigos que as abordaram, assim como seu resultado e precisão. As possibilidades de grandezas a serem mensuradas com essa técnica são várias, entre elas podemos citar: temperatura, corrente, vibração, tensão mecânica, pressão, umidade, índice de refração e curvatura.

## 2 OBJETIVOS

### 2.1 Objetivos Gerais

O objetivo deste projeto é montar em laboratório configurações conhecidas de IS que utilizem o efeito Vernier para aumento da precisão, mapear as características e limites do sistema, como: resposta à temperatura, faixas de operação e sensibilidade. E por fim, utilizar esse conhecimento para estudar o comportamento de novas configurações, fazendo mudanças nas montagens conhecidas. Sendo algumas pouco estudadas e outras novas configurações, são elas as seguintes:

- Alterar a configuração com dois IS em série para configuração em paralelo;
- Adicionar um terceiro SI em série para estudar o efeito no padrão de interferência;
- Alterar a configuração com três IS em série para configuração em paralelo;
- Alterar a configuração com dois IS em série para uma configuração com efeito harmônico;

### 2.2 Objetivos Específicos

Para se alcançar esses objetivos, uma série de atividades devem ser realizadas, sendo elas as seguintes:

- Estudar o efeito Vernier e a literatura existente, tal como artigos relacionados;
- Entender os principais fatores que determinam as características do sensor e montá-lo em laboratório;
- Levantar as características específicas do sistema, advindas das escolhas de materiais e montagem;
- Montar em laboratório as novas configurações tentando manter características como tipo de fibra, materiais de montagem e demais equipamentos de bancada;
- Descrever as características das novas montagens, bem como uma ponderação de suas vantagens e desvantagens, sugerindo novos caminhos para trabalhos futuros.

## 2.3 Estrutura do Texto

O presente trabalho está estruturado da seguinte maneira:

- **Introdução:** este capítulo inicial tem como objetivo contextualizar a área de pesquisa, sua utilidade, bem como introduzir os principais conceitos;
- **Objetivos:** neste capítulo é apresentado descritivamente os objetivos gerais e específicos;
- **Referencial Teórico:** neste capítulo são apresentados em maior detalhe os conceitos matemáticos e físicos relacionados ao trabalho, bem como o funcionamento do sistema;
- **Metodologia e Etapas:** neste capítulo é descrito o passo a passo a ser realizado para a realização do escopo proposto, bem como um cronograma;
- **Resultados e Discussão:** neste capítulo é descrito o que foi encontrado no trabalho e realizadas discussões sobre o resultado.
- **Conclusões e Trabalho Futuros:** neste capítulo são expostas as principais conclusões obtidas no trabalho, bem como apontados caminhos de pesquisa para continuação do trabalho.

## 3 REFERENCIAL TEÓRICO

### 3.1 Interferômetros

Interferômetros são dispositivos que operam sobre a interferência de ondas e os padrões gerados no espectro para mensurar grandezas. Se tratando de interferômetros ópticos, uma fonte de luz coerente é separada por potência e a luz passa por dois caminhos diferentes, então é utilizado algum fenômeno relacionado à grandeza a ser medida, que altere o tempo que a luz leva para percorrer um dos caminhos, quando a luz dos dois caminhos é recombinada elas estão defasadas. O padrão de interferência dessa defasagem está relacionado a quanta variação de tempo houve e por fim isso se relaciona diretamente com a grandeza interrogada (HARIHARAN, 2007).

### 3.2 Interferômetros de Sagnac

Os interferômetros de Sagnac são uma das muitas formas de se produzir o efeito da interferência óptica relacionado a alguma grandeza física. Eles têm por característica especial que, diferente da maioria dos tipos de interferômetros, os dois feixes de luz percorrem o mesmo caminho físico, e a diferença óptica é causada pela diferença da velocidade da luz em cada direção. A saída desse sistema, isso é, a função de transmissão de um interferômetro de Sagnac é descrita na Equação (3.1) abaixo, aonde  $T$  é a transmissão e  $\phi$  é a diferença de fase produzida entre os dois feixes de luz.

$$T = \frac{1 - \cos \phi}{2} \quad (3.1)$$

Esse atraso de fase dependerá do comprimento de onda específico ( $\lambda$ ), dos índices de refração em cada direção ( $n_-$ ,  $n_+$ ) e da distância sendo percorrida ( $L$ ), podendo ser descrito da seguinte forma:

$$\phi = \frac{2\pi L(n_- - n_+)}{\lambda} \quad (3.2)$$

Considerando variação no comprimento de onda, o padrão de transmissão na frequência é cíclico, com pontos de alta e pontos de baixa. Isso se dá devido à característica da função cosseno, os picos de transmissão serão encontrados periodicamente na seguinte condição, onde  $m$  é um número inteiro:

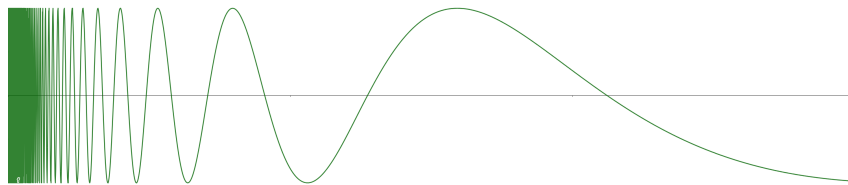
$$\phi = 2m\pi \quad (3.3)$$

A distância entre dois picos consecutivos, o FSR (free spectral range), pode ser calculada utilizando a seguinte equação:

$$FSR = \frac{\lambda^2}{L(n_- - n_+)} \quad (3.4)$$

Avaliando a forma matemática da Equação (3.1), o termo que molda o sistema é o  $\cos(1/x)$ , desconsiderando as constantes se tem uma forma com vista na Figura 4.

Figura 4 – Plot da função cosseno do inverso.



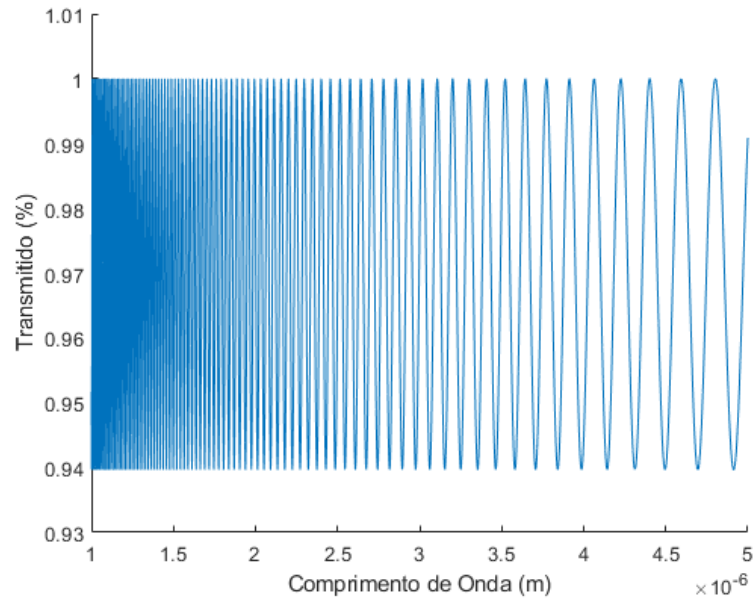
Fonte: Produção do próprio autor.

Para valores de  $X$  maiores do que 1 a curva perde sua característica oscilatória, porém se tratando de ondas eletromagnéticas e mais ainda de fotônica, trata-se de frequências na ordem de tera-hertz e comprimentos de onda na casa dos micrômetros. Isso significa que, se opera muito perto do zero dessa função e temos um espectro de transmissão que se parece uma senoide na região de interesse e avaliando larguras de bandas maiores se nota um aumento gradual da frequência da senoide como visto na Figura 5.

### 3.3 Birrefringência

Birrefringência é uma propriedade de materiais que possuem diferentes índices de refração a depender da polarização e direção de propagação da onda eletromagnética. O fenômeno é comum em cristais de estrutura não cubica e em materiais plásticos com deformações mecânicas. O perfil de índice de refração para cada direção e polarização depende do material, mas o valor da birrefringência  $\beta$ , é calculado pela diferença de fase gerada pela distância percorrida entre o eixo mais rápido e o mais lento.

Figura 5 – Espectro de 1000 nm até 5000 nm (300 – 60 tera-hertz).



Fonte: Produção do próprio autor.

### 3.4 Fibras Mantenedoras de Polarização

Ao se considerar uma fibra óptica real é inevitável o aparecimento de pequenas birrefringências de forma aleatória e desordenada, isso ocorre por defeitos na produção da fibra, torções e dobras ao longo do cabo. Para suprimir esses efeitos foram criadas fibras mantenedoras de polarização (PMF- *Polarization Maintaining Fiber*), elas são fabricadas com uma alta birrefringência própria que suprime os pequenos efeitos indesejados, comumente essa birrefringência é criada na PMF com um tipo de material paralelo ao núcleo, com diferente coeficiente de dilatação, que tensiona seu material, deformando o cristal e induzindo uma alta birrefringência (PIZZAIA, 2021). Como a fibra só possui duas direções de propagação, o valor de  $\beta$  é calculado utilizando os índices de refração em cada direção, que podem ser calculados através da Equação (3.5), aonde  $n$  é o índice de refração,  $c$  é a velocidade da luz no vácuo e  $u$  é a velocidade da luz na direção de propagação observada.

$$n = \frac{c}{u} \quad (3.5)$$

Com os valores do índice para o eixo rápido  $n_-$  e para o eixo devagar  $n_+$ , pode-se calcular  $\beta$  simplesmente subtraindo um do outro como visto na Equação (3.6).

$$\beta = n_- - n_+ \quad (3.6)$$

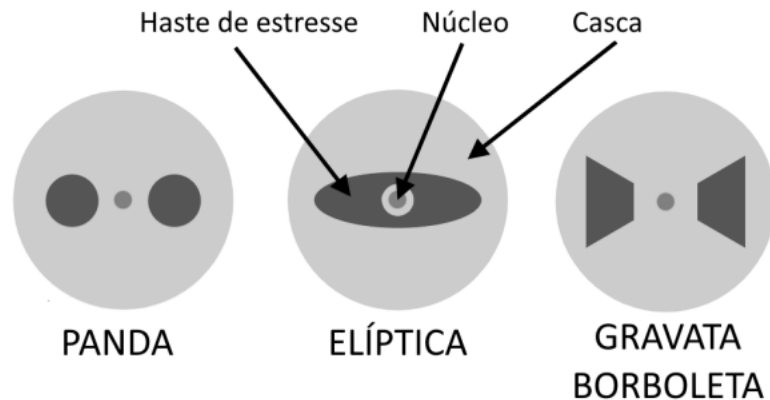
Ao se comparar a definição de  $\beta$  com as equações (3.2) e (3.4), fica claro que quando usada uma fibra com alta birrefringência nos IS, temos as seguintes equações para atraso de fase e FSR:

$$\phi = \frac{2\pi L\beta}{\lambda} \quad (3.7)$$

$$FSR = \frac{\lambda^2}{L\beta} \quad (3.8)$$

Outra característica importante é que devido à tensão mecânica ser causada por esse coeficiente de dilatação térmica da haste de estresse, o quanto birrefringente é a fibra é dependente da temperatura em que ela se encontra, sendo justamente essa propriedade utilizada nos interferômetros propostos para interrogar a temperatura. As hastes de tensão da PMF podem ser vistas na Figura 6.

Figura 6 – Seção transversal dos tipos mais comuns de PMF.



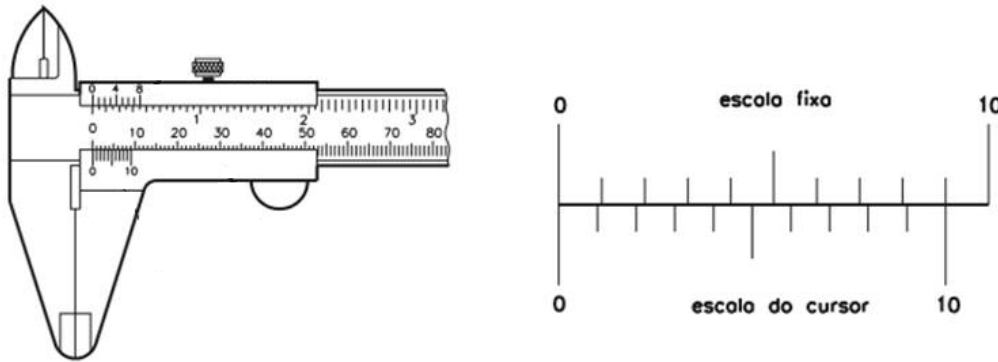
Fonte: Pizzaia (2021).

### 3.5 Efeito Vernier

O efeito Vernier é conhecido há muitos séculos, com o desenvolvimento de equipamentos de astronomia que contavam com uma escala secundária para aumentar a precisão da leitura, o nome vem do paquímetro de Vernier inventado no século XVII, o qual contava com

uma segunda graduação de tamanho levemente diferente da escala principal (o nônio dos paquímetros modernos) como visto na Figura 7. O efeito pode encontrar várias formas, mas se refere sempre a comparar duas escalas de medidas com uma pequena diferença, isso é, uma defasagem no tamanho da escala que produz um aumento da precisão.

Figura 7 – Desenho de um paquímetro e suas escalas defasadas.



Fonte: Produção do próprio autor, adaptado.

### 3.6 Efeito Vernier Óptico

O efeito Vernier óptico em interferômetros ocorre quando dois são colocados em sequência e possuem FSR levemente diferentes, isso leva a um batimento entre os espectros dos dois interferômetros como visto na Figura 8 (a) e (b) os *plots* superiores e gera um envelope como pode ser ver na mesma Figura nos *plots* inferiores, esse envelope é muito sensível a variações do FSR e seu deslocamento é utilizado para medir a temperatura.

Ao se considerar dois IS, também aparecem duas funções de transferência como pode ser visto na equação abaixo:

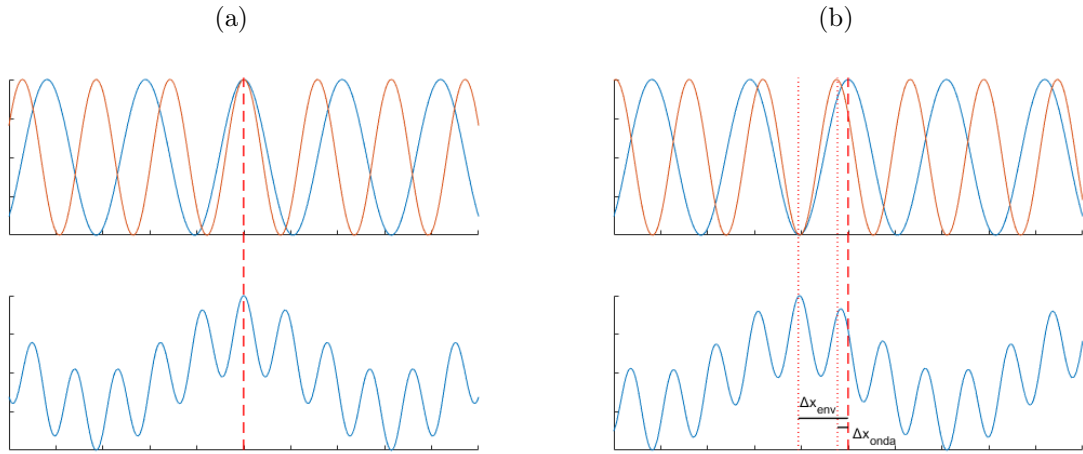
$$T = \frac{1 - \cos \phi_1}{2} \times \frac{1 - \cos \phi_2}{2} \quad (3.9)$$

E o FSR do envelope pode ser calculado conforme demonstra (GOMES et al., 2019), da seguinte forma:

$$FSR_{envelope} = \frac{FSR_1 \times FSR_2}{|FSR_1 - FSR_2|} = \frac{\lambda^2}{\beta |L_2 - L_1|} \quad (3.10)$$



Figura 8 – Princípio de operação do efeito Vernier, sendo (a) o batimento de duas ondas levemente diferentes e (b) o efeito de deslocar umas das ondas.



Fonte: Produção do próprio autor.

Para avaliar o quanto mais sensível o envelope de Vernier é pode-se definir uma razão entre a sensibilidade dele e a da versão com apenas 1 IS. Esse fator é comumente representado pela letra  $M$ , sendo calculado da seguinte forma:

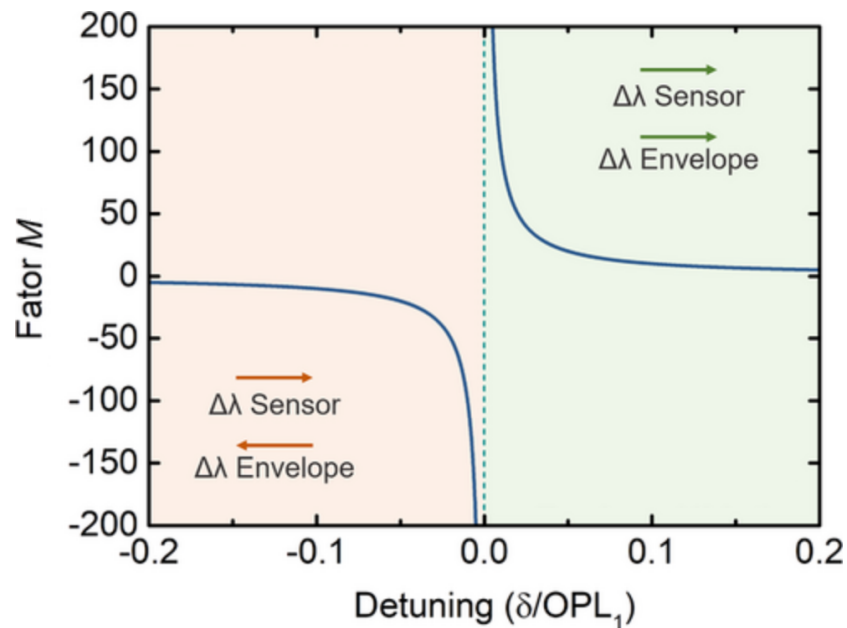
$$M = \frac{S_{envelope}}{S_1} \quad (3.11)$$

O mesmo valor pode ser encontrado de forma não experimental, diferente da Equação 3.11, calculando da seguinte forma:

$$M = \frac{FSR_{envelope}}{FSR_1} = \frac{FSR_2}{FSR_2 - FSR_1} \quad (3.12)$$

Esse poder de amplificação da sensibilidade depende muito das condições específicas da configuração, teoricamente  $M$  tende ao infinito quando a diferença entre os dois interferômetros tende a zero. Colocando assim, a primeira restrição que é a capacidade de produzir essa diferença na construção do sensor. Já a segunda restrição vem do fato que o  $FSR_{envelope}$  tende ao infinito quando  $FSR_1$  e  $FSR_2$  se aproximam, sendo resultado direto da Equação 3.10 e impossibilitando sua visualização por limitação de largura de banda disponível no sinal (GOMES; BARTELT; FRAZÃO, 2021).

A relação entre o Fator  $M$  e essa diferença (*detuning*) pode ser vista na Figura 9.

Figura 9 – Curvas de multiplicação da sensibilidade por *detuning*.

Fonte: Gomes, Bartelt e Frazão (2021).

### 3.6.1 Harmônicos do Efeito Vernier

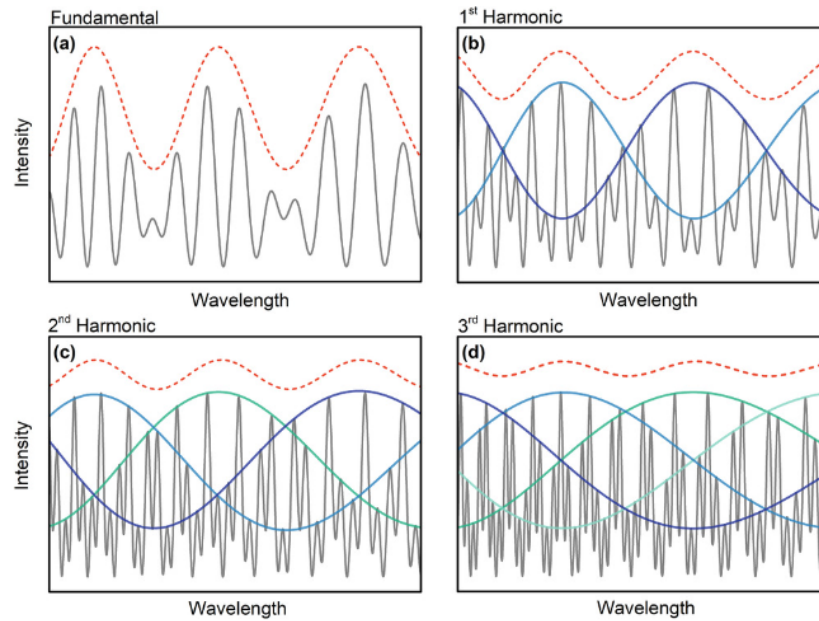
Harmônicos do efeito de Vernier aparecem quando  $L_2$  deixa de ser  $L_1 + \delta$  e passa a ser  $iL_1 + \delta$ , aonde  $\delta$  é uma pequena variação e  $i$  é um número inteiro. Cada harmônico adiciona mais complexidade a estrutura de transmissão com envelopes internos e diminuem a amplitude do envelope externo, essas diferenças podem ser vistas na Figura 10.

Esses harmônicos são mais sensíveis que o caso base do efeito (a sensibilidade crescendo linearmente com a ordem) como mostra (GOMES; BARTELT; FRAZÃO, 2021). Esse aumento de sensibilidade linear pode ser visto na Figura 11.

### 3.6.2 Caso Complexo do Efeito Vernier

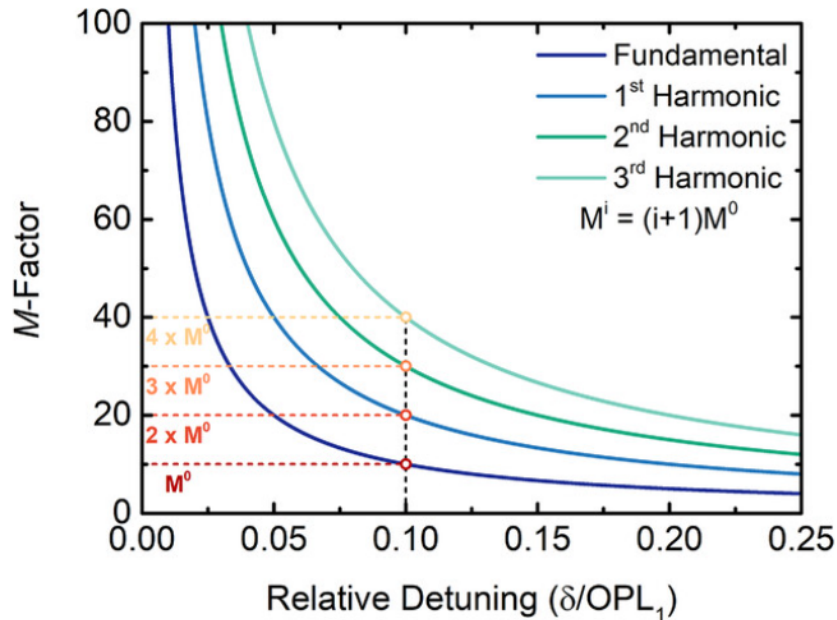
Outro fenômeno interessante ocorre quando a temperatura do sensor de referência não é fixa, isso é, a temperatura dos dois sensores variam. Nesse caso as considerações se tornam mais complexas e depende de várias propriedades como a forma que o sensor responde à mudança de temperatura, isso é em qual direção o espectro se desloca, e o quanto um sensor é mais afetado que o outro, por exemplo, ao se combinar sensores de materiais e configurações diferentes. Nesses casos o fator M pode tanto se manter o mesmo do caso simples, como pode ser maior ou menor.

Figura 10 – Espectro de transmissão para o caso fundamental(a) e para o primeiro(b), segundo(c) e terceiro(d) harmônico.



Fonte: Gomes, Bartelt e Frazão (2021).

Figura 11 – Curvas de multiplicação da sensibilidade por *detuning* para diferentes harmônicos.



Fonte: Gomes, Bartelt e Frazão (2021).

### 3.7 Cálculo de Jones

O cálculo de Jones pode ser usado para estudar o comportamento de luz polarizada interagindo com elementos ópticos, sendo a luz descrita por um vetor de Jones e o elemento

óptico por uma matriz de Jones.

A primeira consideração do cálculo de Jones é que a luz está polarizada, a segunda consideração é que o campo magnético de uma onda eletromagnética é sempre perpendicular ao campo elétrico e, portanto, é possível se estudar a luz considerando apenas o campo elétrico (THEOCARIS; GDOUTOS, 1979).

Sendo polarizada é possível descrevê-la com o vetor visto na Equação 3.13.

$$\begin{pmatrix} E_x(t) \\ E_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x}e^{i\phi_x} \\ E_{0y}e^{i\phi_y} \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

Desconsiderando a intensidade do campo, temos os vetores de direção de polarização como visto abaixo nas equações 3.14 e 3.15.

$$|H\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

$$|V\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Esses vetores podem ser combinados para representar qualquer polarização da luz. Para calcular o efeito que um determinado elemento óptico tem sobre a luz incidente, isso é, a saída de um sistema, basta multiplicar o vetor de Jones pela matriz de Jones associada ao elemento. As matrizes relevantes para as simulações desse trabalho são a da PMF e do controlador de polarização. Vistas respectivamente nas equações 3.16 e 3.17.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i2\pi L\beta/f} \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

$$e^{i\pi/2} \times \begin{pmatrix} \cos^2 \theta - \sin^2 \theta & 2 \cos \theta \sin \theta \\ 2 \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta - \cos^2 \theta \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Sendo  $\theta$  o ângulo entre o eixo rápido e o eixo horizontal no PC,  $L$  o comprimento da fibra PMF,  $\beta$  sua birrefringência e  $f$  a frequência da onda a ser estudada.

## 4 METODOLOGIA E ETAPAS DO DESENVOLVIMENTO

### 4.1 Introdução

Esse projeto foi dividido em algumas partes, foi primeiramente realizado em laboratório a montagem do interferômetro de Sagnac para avaliar a capacidade de representação da simulação. Em seguida foi feito um arranjo com dois Sagnac em série. Esse segundo experimento foi feito tanto com o intuito de validar as possibilidades práticas da proposta, quanto para levantar valores-base para validar as simulações que virão a seguir.

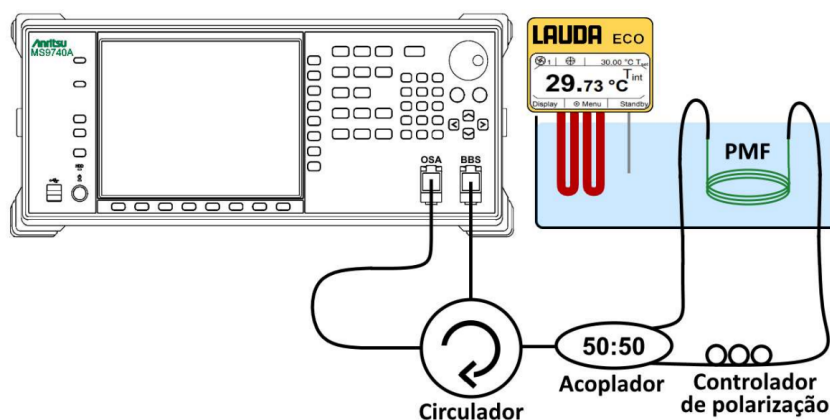
### 4.2 Montagem do Interferômetro de Sagnac

A configuração foi escolhida de forma a utilizar materiais e equipamentos disponíveis no LABTEL, que já tivessem sido utilizados para construções semelhantes como em (PIZZAIA, 2021). Essas escolhas não precisam ser necessariamente as que exibam a maior sensibilidade, por exemplo, as fibras PMF poderiam ser substituídas por outras configurações utilizando fibra de cristal fotônicos (PCF - *Photonic crystal fiber*) que podem produzir sensibilidades muito maiores do que as PMF, incluindo a capacidade de preencher os espaços vazios com líquidos que possuem propriedades ópticas, aumentando mais ainda sua sensibilidade, esse tipo de abordagem pode ser vista, por exemplo, em (LIU; LI; CHEN, 2018). O analisador de espectro óptico (OSA - *Optical Spectrum Analyzer*) também poderia ser escolhido um com uma maior resolução de frequências, a qual é diretamente proporcional a precisão do sensor. Porém, o objetivo principal dos *setups* em laboratório é criar uma referência qualitativa das possibilidades e uma base para os valores esperados e não o sensor mais sensível e preciso possível.

Nesse caso foi utilizado a fibra comercial PM1550-XP da fabricante ThorLabs que é uma PMF do tipo Panda, o OSA utilizado é um Anritsu MS9740A que já possui uma fonte luminosa de banda larga embutida utilizada como fonte de luz para os experimentos. O controle de temperatura foi feito por meio de um Lauda ECO RE630. Quanto as especificações técnicas desses equipamentos, o OSA possui resolução máxima de 0,03 nm, a fonte de luz emite na faixa do infravermelho centrada em 1544 nm com largura de banda de 60 nm, A fibra possui 1 metro de comprimento e sua birrefringência é de aproximadamente  $4,2 \times 10^{-4}$  com variação de  $3,77 \times 10^{-7}/^{\circ}\text{C}$ , a faixa de operação do Lauda depende do líquido utilizado e possui uma estabilidade térmica de  $\pm 0,02$  °C. Essa montagem do IS

pode ser visto abaixo na Figura 12.

Figura 12 – *Setup* montado em laboratório, configuração com um interferômetro de Sagnac.



Fonte: Pizzaia (2021).

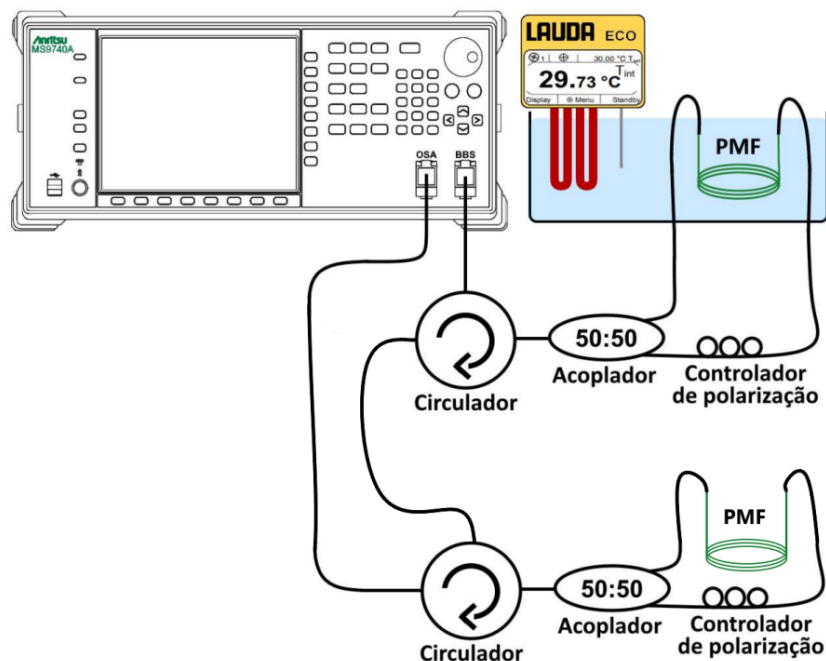
Nessa configuração a luz parte do OSA e entra pela porta um do circulator que transmite para sua porta dois, onde está o acoplador 50:50, o acoplador separa em duas partes iguais que viajam pelo loop de fibra PMF e pelo PC em sentidos opostos e se recombinam novamente no acoplador, de volta a porta dois do circulator o sinal é enviado para porta três que leva ao *input* do OSA, aonde o espectro de transmissão resultante é medido.

### 4.3 Montagem do Interferômetro de Sagnac Duplo

A configuração escolhida para dois sensores foi a série, o que motivou essa decisão é o fato da configuração em paralelo necessitar de mais componentes, em geral, acopladores e conectores, que adicionam perdas, ruídos e incertezas ao sistema. Esse *setup* se assemelha em muito a construção do caso simples, com a diferença de que a saída da porta três do acoplador que retornaria para o OSA, agora é conectada a porta um de outro circulator, no qual a estrutura do sensor se repete (circulator, acoplador, PMF e PC). Pode-se observar essa configuração na Figura 13 abaixo.

Duas questões importantes para essa montagem são, apenas um dos sensores está variando a temperatura, isso é, dentro do banho controlado no Lauda, o outro serve como referência para produzir o efeito Vernier. Como já abordado anteriormente, o caso onde a temperatura das duas PMFs varia é mais complicada e pode produzir resultados com sensibilidades que podem até mesmo serem piores do que apenas um sensor, como já comentado no Capítulo 3. O outro ponto importante é o comprimento da segunda PMF, o efeito Vernier acontece quando existe uma pequena variação de caminho óptico  $\delta$ , quando essa variação tende

Figura 13 – Setup montado em laboratório, configuração com dois interferômetros de Sagnac em série.



Fonte: Produção do próprio autor, adaptado.

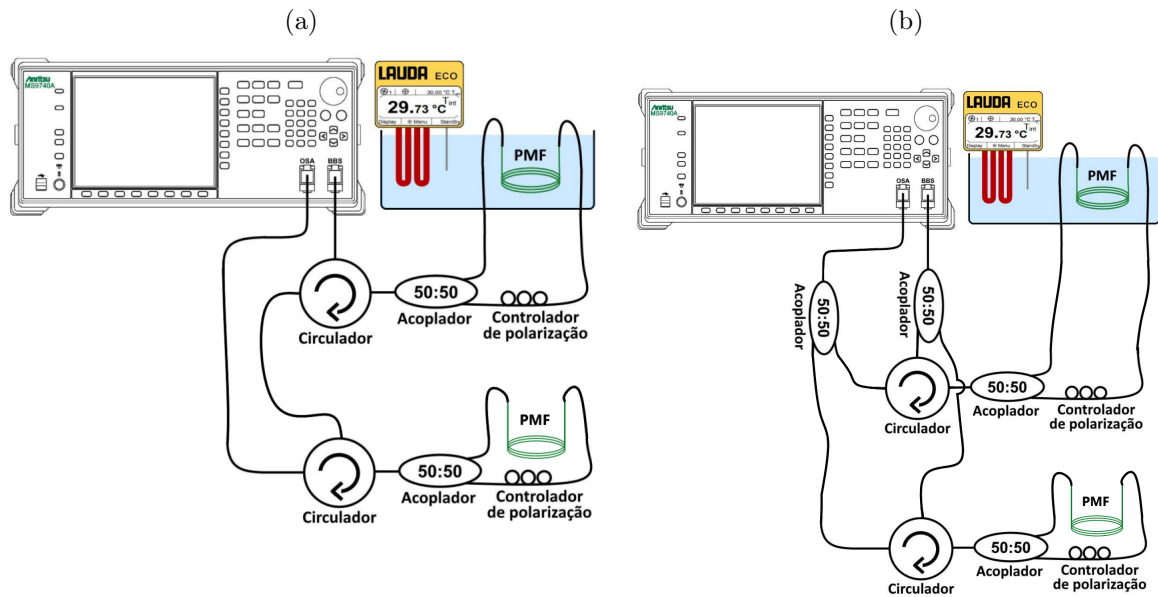
a zero o comprimento de onda do envelope tende ao infinito e o efeito desaparece, isso faz sentido do ponto de vista físico já que sensores iguais terão espectros de transmissão iguais e logo permitem a passagem dos mesmos comprimentos de onda. O que se mostrou na montagem é que as fibras comerciais PM1550-XP de 1 metro possuem precisão o suficiente para tornar indetectável o efeito e, portanto, foi adaptada uma segunda PMF para o experimento. Essa nova PMF foi cortada e emendada com conectores nas duas pontas, medindo aproximadamente 23 cm de PMF, com esse valor é possível produzir o efeito Vernier aonde existe uma diferença de caminho óptico entre o múltiplo dela (4x) e a fibra comercial de 1 metro. A fibra exposta à variação de temperatura foi a de 1 metro, importante ressaltar que o efeito existe independente de qual fibra é usada como sensor e essa foi apenas uma decisão prática.

#### 4.4 Simulações de Dois Sensores

Nas simulações do efeito Vernier foram consideradas as duas combinações possíveis para dois sensores, a configuração em série e a configuração em paralelo. Na Figura 14 é esquematizado as duas configurações a serem simuladas. O modelo matemático empregado para o cálculo são as matrizes de Jones descritas no referencial teórico. O resultado dessas simulações é o espectro de transmissão, o envelope formado nesse espectro e o

deslocamento desse envelope com a variação de temperatura. A configuração em paralelo é particularmente interessante de ser estudada, por existirem poucos trabalhos avaliando, uma montagem foi feita em 2019 por (NAN et al., 2019) e simulada por um trabalho subsequente em (ZHAO et al., 2021), sendo a montagem a primeira, segundo o autor do artigo.

Figura 14 – *Setup* na configuração com dois interferômetros de Sagnac, em série (a) e em paralelo (b).



Fonte: Produção do próprio autor, adaptado.

O código em si é dividido em algumas partes importantes, primeiramente temos as matrizes de Jones para a PMF e para o PC descritas nas equações 3.16 e 3.17 implementadas em código MATLAB. Depois temos o *loop* que as aplica para cada comprimento de onda como se vê abaixo no Algoritmo 1. Nele é pré-calculada a matriz do PC já que é a mesma para todas as frequências, entrando então no *loop*, nele é recalculado para cada frequência do espectro a matriz da PMF correspondente, essa matriz é combinada na ordem apropriada com a matriz do PC, depois o sinal é dividido em dois, multiplicado pela matriz combinada para sentido horário ou anti-horário e os dois sinais são somados novamente. Ao se executar esse procedimento para todas as frequências temos como saída o espectro de transmissão do sensor na forma de um vetor  $1 \times N$  que corresponde ao percentual transmitido da entrada para cada ponto.

Esse algoritmo é utilizado para cada sensor, logo, a simulação completa para o *setup* série executa o algoritmo para os dois sensores e depois multiplica os espectros para obter a transmissão total. Já para o caso do *setup* em paralelo, o sinal é primeiramente dividido em dois, os vetores de transmissão são calculados para cada sensor e depois somados no



**Algorithm 1** Loop para cálculo de transmissão

---

```

1:  $PC = \text{calcular}_{PC}(\theta)$  ▷ Matriz do PC
2:  $k = 0$ 
3: for  $l$  in  $Lam$  do
4:    $k = k + 1$ 
5:    $PMF = \text{calcular}_{PMF}(B, L, l)$  ▷ Matriz das PMFs
6:    $M_{cw} = M_{pmf} \times M_{pc1}$  ▷ Matrizes resultantes de cada sentido
7:    $M_{ccw} = M_{pc1} \times M_{pmf}$ 
8:    $S1 = M_{cw} \times (E/2)$  ▷ Luz após circular pelo laço
9:    $S2 = M_{ccw} \times (E/2)$ 
10:   $S = S1 + S2$  ▷ Acoplamento
11:   $Ms(k) = \text{norm}(S)$  ▷ Normalização
12: end for

```

---

final. Com isso temos a simulação completa para dois sensores combinados, porém para produzir as informações de sensibilidade do envelope, é preciso variar a temperatura. Como o valor de variação da birrefringência por grau é conhecido, basta executar a rotina de simulação mudando a birrefringência. O processo pode ser visto no Algoritmo 2 abaixo. Nele é definido a banda em que será simulado, e o cálculo para o sensor é refeito em *loop* somando o valor de  $3,44 \times 10^{-7}$  por grau à birrefringência da fibra inserida no meio. O comportamento do Algoritmo 1 está encapsulado na função *calcular\_envelope()* em combinação com a função *envelope()* nativa do MATLAB que identifica máximos locais e constrói o envelope para análise de sensibilidade.

**Algorithm 2** Código para variação da temperatura.

---

```

1:  $Li \leftarrow 1400 \times 10^{-9}$  ▷ Início
2:  $Lf \leftarrow 1700 \times 10^{-9}$  ▷ Fim
3:  $dL \leftarrow 1 \times 10^{-11}$  ▷ Resolução
4:  $Lam \leftarrow Li : dL : Lf$  ▷ Vetor de comprimento de onda
5:  $var\_b \leftarrow 3.44 \times 10^{-7}$  ▷ variação de b/°C
6:  $num\_curves \leftarrow 3$  ▷ Define número de incrementos de temperatura
7:  $envelopes\_result \leftarrow \text{zeros}(num\_curves, \text{length}(Lam))$ 
8:  $peaks\_result \leftarrow \text{cell}(1, num\_curves)$ 
9: for  $i \leftarrow 0$  to  $(num\_curves - 1)$  do
10:   $[envelope\_sup, envelope\_inf] \leftarrow \text{calc\_envelope}(i \times var\_b)$ 
11:   $[peaks, peak\_indices] \leftarrow \text{findpeaks}(envelope\_sup)$ 
12:   $peaks\_result[i + 1] \leftarrow [peak\_indices; peaks]$  ▷ Guarda resultados
13:   $\text{semilogy}(Lam, envelope\_sup)$  ▷ Plots para acompanhamento
14:  hold on
15:   $\text{semilogy}(Lam(peak\_indices), peaks, 'r')$ 
16:  hold on
17: end for

```

---

Por fim, são utilizados os pontos de pico de cada envelope para acompanhar a variação e calcular a sensibilidade.

## 4.5 Simulações de Outras Configurações

Para a escolha de *setups* novos existem uma quantidade maior de combinações, já que é possível tanto variar o número de sensores quanto fazer combinações dos casos série e paralelo, por exemplo, dois em paralelo e a saída deles em série com outro sensor. Porém, o objetivo principal é avaliar a necessidade e a vantagem de se explorar essas outras dimensões para a solução. Então foram abordados dois casos mais simples entre os possíveis, ambos com três sensores, o primeiro tendo todos em série e o segundo todos em paralelo. Além dessas combinações, outra dimensão possível de se adicionar ao estudo é quais sensores vão servir como referência e quais serão usados para interrogação, possibilitando uma combinação do caso simples e complexo do efeito Vernier. Para essas simulações foi variada a temperatura de apenas um sensor. Importante notar que ambos são *setups* facilmente reproduzidos em laboratório, o caso em série é semelhante, mas com um a mais, já o caso em paralelo necessita de um acoplador 66:33 primeiro e depois um acoplador 50:50 para produzir a separação em três partes iguais.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 5.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos na realização das atividades propostas, tal como seus desenvolvimentos e adaptações durante o processo. A sequência dos resultados apresentados segue o raciocínio da construção lógica da pesquisa e, portanto, acompanha na maior parte do tempo o formato da seção anterior.

### 5.2 Sagnac Simples

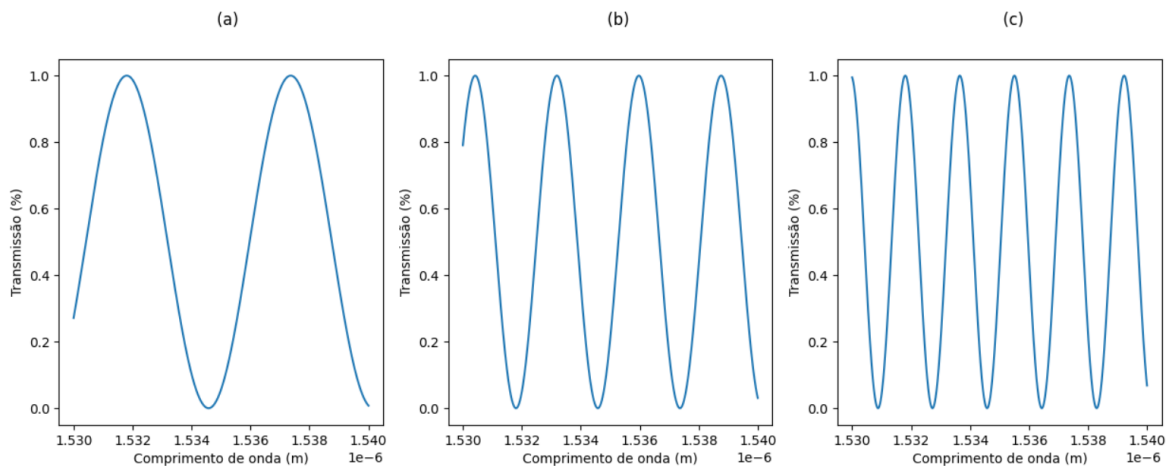
A primeira etapa do trabalho consistiu na simulação do sensor visando determinar os melhores parâmetros para a construção do experimento. Como o OSA e a fibra já estavam definidos pelo que existe no laboratório, a principal variável disponível era o comprimento da fibra, pois o tamanho das PMF disponíveis é de 1 metro, mas é possível conectá-las em série no mesmo *loop* e produzir tamanhos de 1 m, 2 m e 3 m. Para a escolha da melhor configuração, duas métricas foram utilizadas: o FSR deve ser visível na largura de banda da fonte disponível e o quanto um comprimento maior implica em maior ou menor sensibilidade.

Importante ressaltar que as simulações da fase inicial foram realizadas utilizando a Equação 3.1, que descreve o formato que deve ter a transmissão de um IS, em seguida foram utilizadas as matrizes de Jones, essas tendem a ser mais gerais, por dizerem respeito a forma que os campos interagem com o meio e permitem encandear componentes como o PC na simulação, por isso foi preferido utilizá-las. Porém, é curioso constatar que essas duas formas são coerentes, isso é, elas produzem perfis de transmissão semelhantes e resultados de sensibilidade parecidos, sendo as sensibilidades calculadas para essa fibra respectivamente 1,2 e 1,14 nm/°C.

Abordando a primeira questão, foi simulado para os 3 comprimentos de fibra o espectro perto da faixa de interesse e o resultado foi o visto na Figura 15.

Importante lembrar que a largura de banda da fonte do OSA é de 60 nm e a faixa da simulação é de 10 nm, fica claro que o efeito é facilmente visto. Já para a segunda consideração, os resultados de sensibilidade simulados com as matrizes de Jones podem

Figura 15 – Comparação do espectro de transmissão para 1(a), 2(b) e 3(c) metros de PMF no loop.



Fonte: Produção do próprio autor.

ser vistos na Tabela 1.

Tabela 1 – Valores para comparação, obtidos via simulação.

Metros	nm/°C
1	1,14
2	1,14
3	1,14

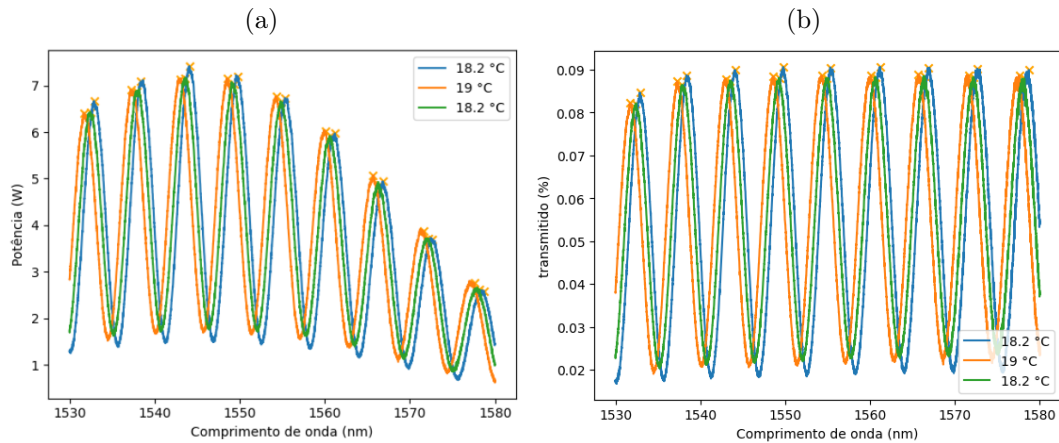
Fonte: Produção do próprio autor.

Assim sendo, não se tem efeito do comprimento da fibra na sensibilidade do sensor, pelo menos para o caso simples, esse estudo será revisitado para os *setups* com efeito Vernier.

Indo para os resultados experimentais, foi possível reproduzir o efeito com a configuração de 1 metro de fibra e com os equipamentos já listados. Devido ao grande *range* dinâmico do OSA o *setup* é resistente a perdas em componentes como conectores, sendo possível identificar curva do sensor mesmo que em diferentes níveis de potência, outro ponto que permite alcançar uma boa visualização da curva são os PC, pois com eles é possível ajustar o ângulo para o ponto de maior distância entre picos e vales. Além de resistente a perdas, a montagem não demonstrou grandes instabilidades e o resultados podem ser vistos na Figura 16.

Esse processamento com a normalização é interessante, pois o resultado medido sempre será a função de transferência multiplicada pela potência da fonte luminosa, para remover a influência da fonte e ter a forma da função de transmissão isolada é preciso dividir por esses valores de potência para cancelar matematicamente essa influência.

Figura 16 – Espectro do sensor deslocando com a variação de temperatura, como medido pelo OSA (a) e normalizado pelo potência da fonte de luz (b).



Fonte: Produção do próprio autor.

A sensibilidade calculada nesse *setup* foi de  $1,5388 \text{ nm}/^{\circ}\text{C}$ . Esse resultado se encontra dentro do esperado, com as diferenças residuais podendo ser explicadas, parte por incertezas nas medidas e parte por pequenas birrefringências aleatórias que podem aparecer nas fibras não PMF e em outros componentes. Podemos definir esse valor de referência para as próximas medidas já que esse sensor faz parte também das montagens para o efeito Vernier.

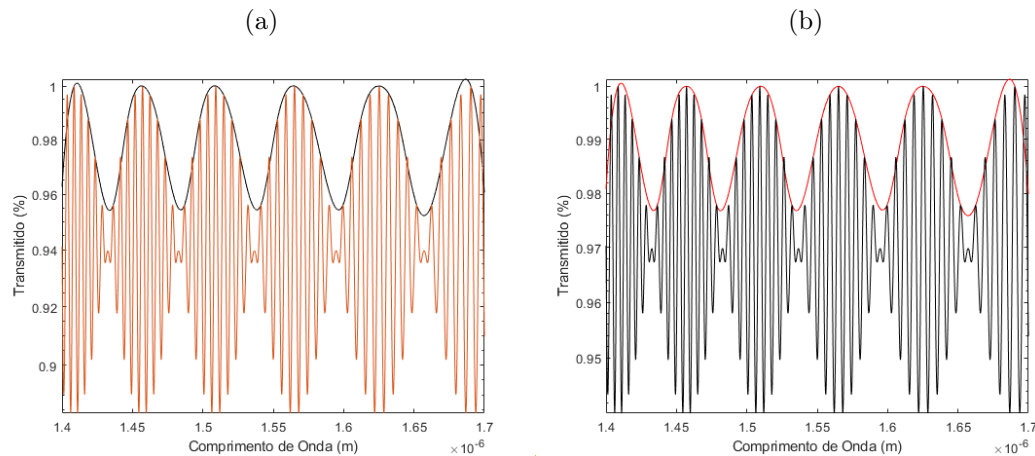
### 5.3 Simulações do Efeito Vernier

As simulações foram feitas para investigar diferentes características, a primeira coisa a se fazer foi produzir o efeito em simulação na sua forma mais simples, foi simulado o caso fundamental, com um IS como sensor e um como referência, com comprimentos de 1 e 0,9 metros. O resultado pode ser visto na Imagem 17.

A princípio, a observação dos espectros de transmissão e seus envelopes, as duas configurações produzem o mesmo resultado em forma, mas o caso paralelo possui uma amplitude menor, isso é, os picos estão no mesmo nível de intensidade, mas os vales da série estão em intensidades menores. Essa análise concorda com resultados de (ZHAO et al., 2021) que também simulou a configuração em paralelo utilizando outro método, com a função de transferência como na Equação 3.1.

O próximo passo lógico foi variar a temperatura da fibra na simulação e verificar se a sensibilidade dos envelopes também é similar. Para eliminar variações adicionadas a

Figura 17 – Simulação do espectro de transmissão para o caso em série (a) e para o caso em paralelo (b).



Fonte: Produção do próprio autor.

simulação, principalmente pela função de extração do envelope, a sensibilidade para as duas configurações foram feitas com fibras de 1, 2 e 3 metros e o resultado pode ser visto na Tabela 2.

Tabela 2 – Sensibilidade das configurações paralelo e série para diferentes tamanhos.

Sagnac 1 (m)	Sagnac 2 (m)	Série (nm/°C)	Paralelo (nm/°C)
1	0,9	13,45	12,45
2	1,8	13,77	13,13
3	2,7	12,11	12,26

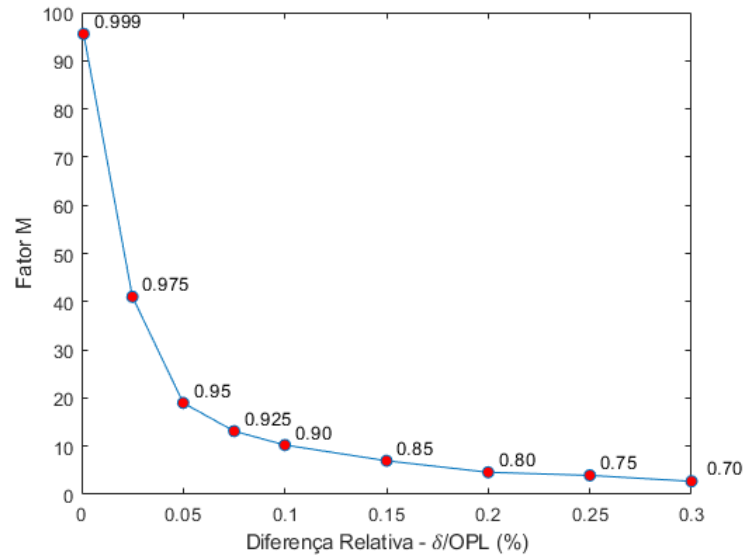
Fonte: Produção do próprio autor.

Esses dados revelam que, dentro da variabilidade da simulação, as duas configurações tem a mesma sensibilidade a variação de temperatura na faixa de 12 até 14 nm/°C e isso para todo comprimento de fibra conforme já se esperava da análise feita para o sensor com apenas um IS. Essa sensibilidade representa um fator M de aproximadamente 10 se comparado com o caso simples simulado.

Essa sequência de medidas com diferentes comprimentos possui uma característica importante, a variação de comprimento dos dois IS não é constante. O que é preservado nela é o percentual que ela representa dos comprimentos, nesses casos, 10%.

Para verificar o efeito da variação dessa diferença relativa foram simulados diferentes combinações e calculadas o fator M para cada uma delas, considerando a sensibilidade base do sensor simples como 1,2 nm/°C. Para simplificar foi mantido com 1 metro o sensor e variado o comprimento do IS de referência, os resultados podem ser vistos na Figura 18.

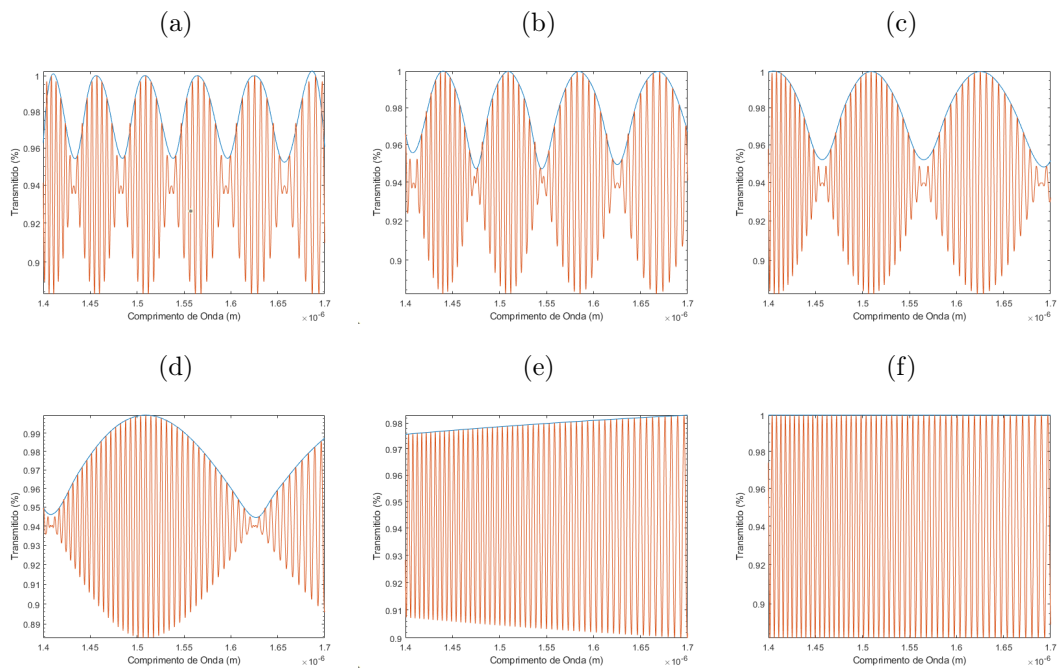
Figura 18 – Curva do fator M para vários valores de *detuning*.



Fonte: Produção do próprio autor.

Porém, diminuir esse *detuning* além de ser limitado pelas capacidades técnicas de construção do sensor, também é limitado pela FSR do envelope que tende ao infinito, impossibilitando de ser visto com a largura de banda das fontes de luz disponíveis. Esse efeito pode ser visto na Figura 19.

Figura 19 – Simulação do espectro de transmissão para 1 metro de sensor e referências com comprimento de 0,9, 0,925, 0,95, 0,975, 0,999 e 1 metro, respectivamente, (a), (b), (c), (d), (e), (f).



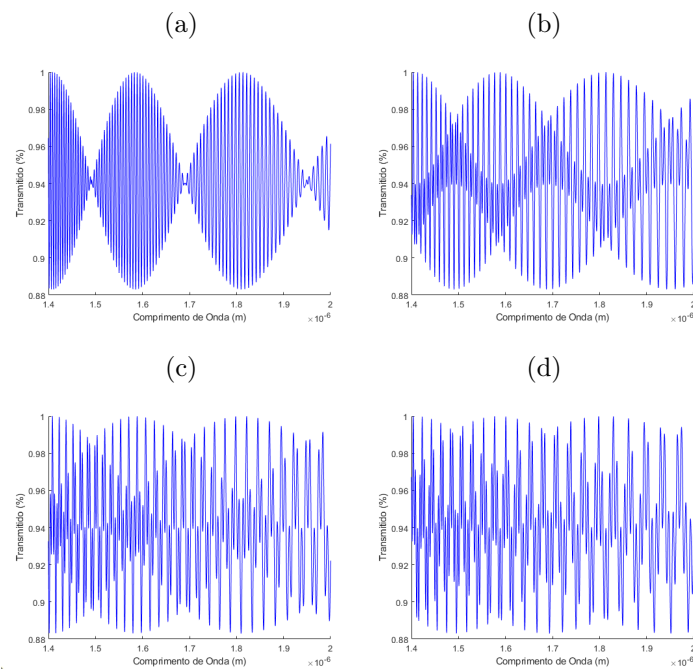
Fonte: Produção do próprio autor.

Importante notar nesses exemplos que a faixa de simulação é de 200 nm, um valor que já difícil de se alcançar com uma fonte de luz de banda larga, haja vista a fonte de 60 nm do Anritsu. Esse problema de largura de banda pode ser mitigado em um projeto de sensor aumentando o comprimento das fibras, escolhendo fibras com birrefringências maiores, que efetivamente aumentam a frequência do envelope, ou até mesmo usando uma fonte de luz com a banda de emissão centrada em uma frequência maior. Sendo essa última opção geralmente mais cara, isso porque a faixa de 1550 nm é muito comum em telecomunicações, disponibilizando uma variedade de dispositivos e também porque comprar outro equipamento é um custo significativo.

### 5.3.1 Harmônicos

Os harmônicos do efeito de Vernier introduzem envelopes adicionais ao espectro de transmissão, para estudar suas propriedades foram simulados o caso fundamental e seus primeiros três harmônicos, os resultados podem ser vistos na Figura 20.

Figura 20 – Simulação do espectro de transmissão para 1 metro de sensor e referências com comprimento de 0,97, 0,97/2, 0,97/3 e 0,97/4 metro, respectivamente, (a), (b), (c) e (d).



Fonte: Produção do próprio autor.

Essas simulações revelam que se o *detuning*  $\delta$  se mantiver constante, o número de picos do envelope se mantém o mesmo, outra mudança importante é que a amplitude entre os picos e vales diminui, dificultando a extração do envelope e o tornando mais sensível a ruídos. Um fator que também contribui para dificuldade de se retirar o envelope é que os



picos da senoide agora também formam os envelopes internos, fazendo com que a cada  $(i + 1)$  picos, onde  $i$  é a ordem do harmônico, apenas um componha o envelope superior.

Sabendo que uma ordem de harmônico maior dificulta a obtenção do envelope, foi utilizado o de menor ordem para se observar o efeito multiplicativo do fator M pela ordem. Os valores comparados com os do caso fundamental podem ser visto na Tabela 3.

Tabela 3 – Sensibilidade das configurações paralelo e série para diferentes tamanhos.

Sagnac 1 (m)	Sagnac 2 (m)	Harmônico (nm/°C)	Fundamental (nm/°C)
1	0,990/2	114,68	114,74
1	0,975/2	49,21	49,16
1	0,950/2	22,78	24,59
1	0,925/2	15,75	16,73
1	0,900/2	12,29	12,37

Fonte: Produção do próprio autor.

Como é possível ver pelos dados, o efeito de multiplicação do fator M não ocorreu. O que acontece, na verdade, é que ao se manter o  $\delta$  fixo em relação ao sensor 1, os valores de ganhos foram os mesmos. Isso acontece pela forma de se definir  $\delta$  utilizada no trabalho de (GOMES; BARTELT; FRAZÃO, 2021), considerando fixo o *detuning* em relação ao segundo sensor, que foi dividido para gerar o efeito do harmônico. Entretanto, manter a relação entre o segundo sensor e o  $\delta$  implica em, na verdade, diminuir essa variação na mesma proporção, e já é entendido que o *detuning* comanda o fator M. Exemplificando com o caso de 1 e 0,9 metro, o proposto pelo autor seria manter a relação  $\frac{0,1}{0,9}$  utilizando  $\frac{0,05263}{0,4737}$ , isso mantendo um metro no primeiro sensor. De fato essa configuração seria duas vezes mais sensível, porém o valor  $\delta$  também é duas vezes menor. Sendo assim, o efeito multiplicador aparece mais como uma consequência da definição do que um efeito de ganho. Pensando para o Vernier com IS, que depende da precisão absoluta do comprimento das fibras, não faz sentido utilizar harmônicos. É possível, porém, que para outro tipo de interferômetro o processo de fabricação de  $\delta$  seja em proporção ao sensor, possibilitando o uso desse efeito.

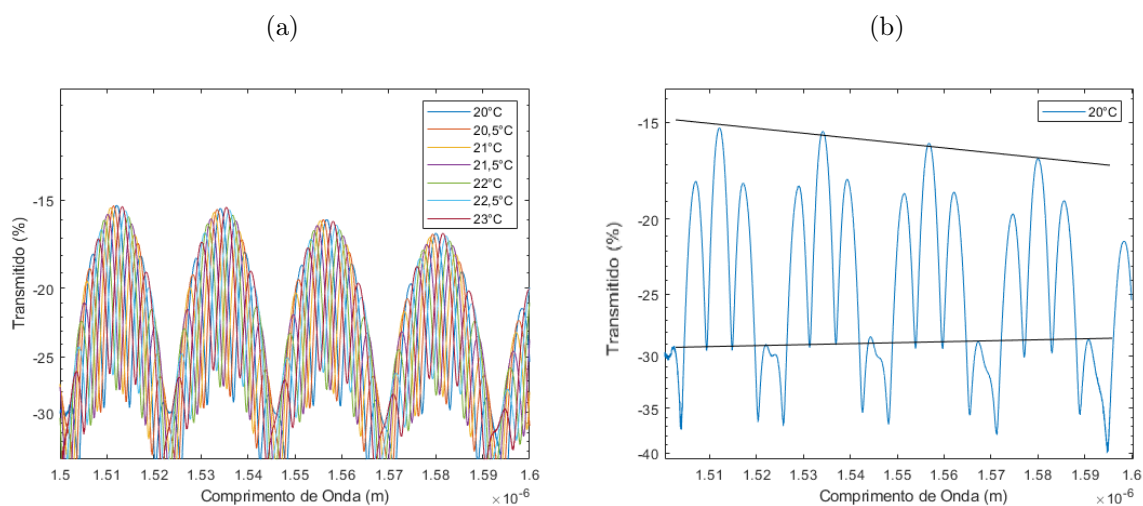
#### 5.4 Montagem do Interferômetro de Sagnac Duplo

Nesse experimento foi utilizada a configuração em série de dois sensores, utilizando um sensor com a fibra comercial de um metro e outro com a fibra montada no laboratório com aproximadamente 24 centímetros. O sensor inserido na água foi o da fibra comercial por questões práticas, a fibra montada em laboratório possui emendas que podem quebrar

além de não ter um bom revestimento, como para o efeito é indiferente qual sensor mudará de temperatura, foi escolhido o mais prático. Esse pedaço de fibra foi obtido em laboratório reaproveitando a fibra de saída de um laser com defeito, cortado no tamanho aproximado desejado e emendado um conector em cada ponta. Como o processo de emenda de fibra exige cortar um pedaço da fibra, somado ainda ao fato de ter sido necessário refazer as emendas algumas vezes, reutilizar uma fibra se mostrou uma tarefa complicada e pouco precisa.

As medidas foram feitas variando de 20 °C até 23 °C com passo de 0,5 °C, totalizando 7 pontos de amostragem, os resultados podem ser vistos abaixo na Figura 21.

Figura 21 – Resultados experimentais para a primeira montagem, demonstrando todas medidas (a) e com apenas uma curva para se observar o envelope (b).



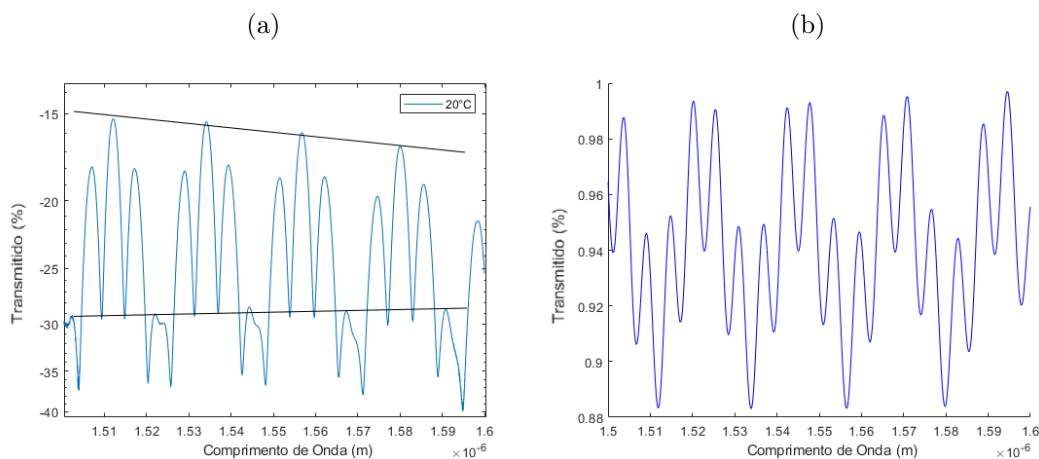
Fonte: Produção do próprio autor.

Os resultados experimentais se mostraram extremamente difíceis de se processar para retirada do envelope com essa largura de banda limitada. A primeira vista parece que o envelope é a variação que produz 4 picos que ficam bem definidos no primeiro gráfico, porém isso é o efeito de divisão dos picos para cada envelope adicionado pelo harmônico como já foi discutido anteriormente, como esse é o terceiro harmônico, teremos  $i + 1 = 4$  envelopes. A lenta variação do envelope pode ser observada acompanhando as linhas pretas no segundo gráfico (foram marcados apenas dois envelopes, mas é claro a presença de quatro).

Outro motivo que tornou difícil a detecção do envelope foi que por coincidência a fibra produziu um  $\delta$  muito pequeno, o fato de não se ter a curva de birrefringência para essa fibra e da medida de comprimento ser aproximada, na definição mais técnica se trabalha com o conceito de OPL (*Optical Path Length* — caminho óptico), mas por simulação é estimado que ela possua um OPL equivalente a uma fibra com as propriedades da PM1550-XP e

com 0,98/4 metros. Essa similaridade é feita comparando com as simulações e pode ser vista na Figura 22.

Figura 22 – Resultados experimentais para a primeira montagem com apenas uma curva para se observar o envelope (a) e uma simulação com 1 e 0,98/4 metros para comparação (b).



Fonte: Produção do próprio autor.

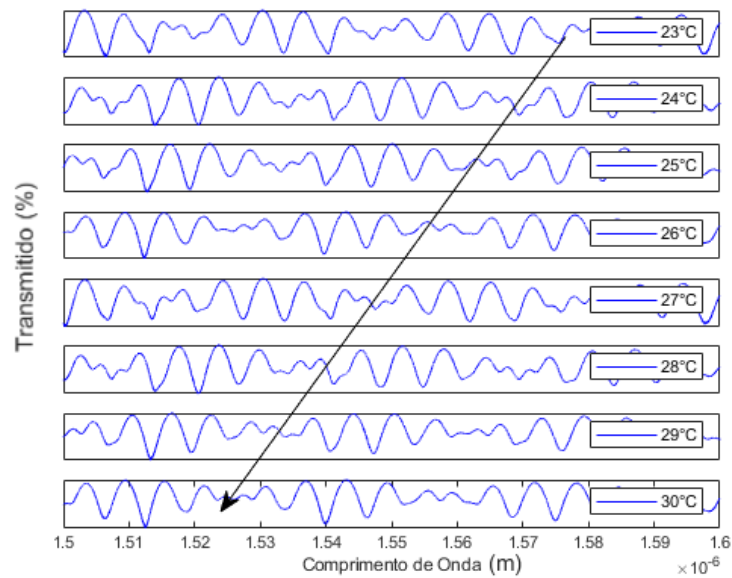
Como a medida do efeito com harmônicos se mostrou muito complexa, o experimento foi remontado, mantendo a primeira parte com um metro de fibra comercial imersa na água do Lauda, mas o segundo sensor foi refeito, foi retirado um pedaço no meio da fibra produzida e reemendado para se ter um comprimento de aproximadamente dez centímetros, esse então foi colocado em série dentro do mesmo sensor com outra fibra PM1550-XP de um metro, somando aproximadamente 1,1 metro de PMF e sendo possível um *setup* com o caso fundamental do efeito Vernier. O resultado pode ser visto na Figura 23.

Nessas novas medidas fica claro o deslocamento do envelope acompanhando a temperatura, e a sensibilidade calculada foi de 7,64 nm/°C. Esse valor de sensibilidade indica um fator M de aproximadamente 6, colocando o OPL dessa combinação de fibra comercial e fabricada no primeiro sensor, equivalente a uma fibra comercial de 1,15 metros.

Um aspecto interessante dessa montagem é que essa configuração de duas fibras no mesmo loop já produz por si só o efeito Vernier, inclusive já tendo sido realizado experimentalmente por (WU et al., 2018). A configuração pode ser vista na Figura 24.

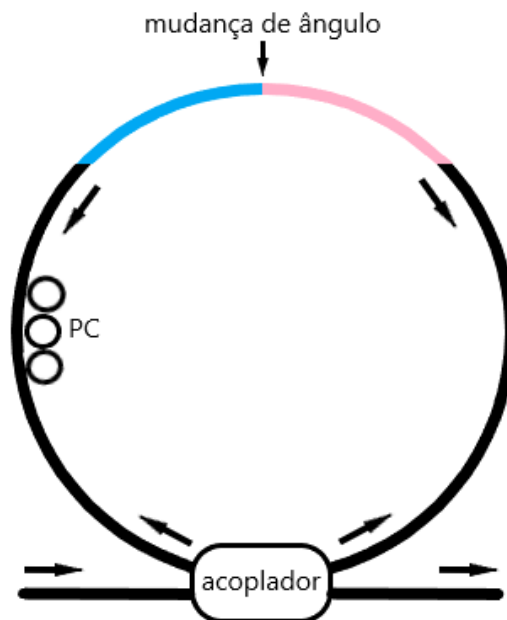
Essa configuração, apesar de diminuir o número de componentes envolvidos na montagem, dificulta colocar apenas uma fibra para variar a temperatura, como já se tinha outro IS em série no *setup*, foi preciso remover a angulação entre os eixos das duas fibras e fazê-las se comportarem como uma única fibra, para isso foi colocado um PC entre as duas e ajustado para alinhar seus eixos.

Figura 23 – Resultados experimentais para a segunda montagem, exibindo os espectros de transmissão para as diferentes temperaturas.



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 24 – Montagem do modelo com duas fibras no mesmo loop.



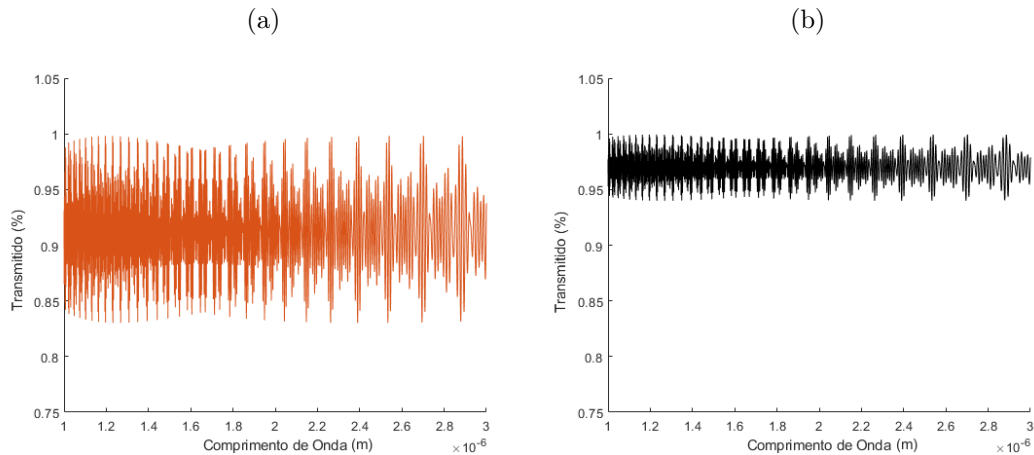
Fonte: Produção do próprio autor.

## 5.5 Simulações do Efeito Vernier com Três Sensores

Essa última análise visou explorar novas configurações e analisá-las. O caminho escolhido, como descrito anteriormente, foram configurações com três sensores nas configurações

série e paralelo. Como já foi definido anteriormente que os dois casos possuem resposta idênticas, o primeiro passo foi validar se essa característica se mantém. Os resultados podem ser vistos na Figura 25.

Figura 25 – Simulação do efeito Vernier com três sensores de 1,1, 1,2 e 1,4 metros de fibra, para o caso em série (a) e para o caso em paralelo (b).



Fonte: Produção do próprio autor.

Fica claro na comparação entre as duas simulações que o comportamento deles se manteve do caso duplo para o triplo, isso é, eles possuem a mesma forma, mas o série possui uma amplitude maior, sendo essa diferença de amplitude ainda mais acentuada com mais sensores. Outra questão é que as diferentes combinações entre os 3 sensores produz envelopes muito difíceis de se extrair e analisar.

A complexidade desse envelope aparece, ao se utilizar mais de dois sensores, porque as combinações de frequências para produzirem o batimento de onda (e o efeito Vernier) crescem acompanhando a Equação 5.1.

$$C_k^n = \frac{n!}{k! \times (n - k)!} \quad (5.1)$$

Por exemplo, o número de combinações para três sensores é  $C_2^3 = 3$ . Isso é dizer que o sinal de saída de um sistema montado com 3 sensores, será a sobreposição de todas as três combinações de batimentos de onda possíveis. Para se obter algum ganho desse tipo de configuração, seria necessário que esses novos envelopes apresentassem o efeito entre eles, isso é, acontecer um batimento de onda entre os envelopes. Para analisar esse efeito podemos calcular o FSR do envelope de dois pares conforme a Equação 3.10 e depois o FSR dos dois envelopes calcular o envelope resultante do batimento de onda entre esses

dois envelopes. Para começar se tem a equação para os pares (1,2) e (2,3) conforme visto nas equações 5.2 e 5.3.

$$FSR_{1,3} = \frac{FSR_1 \times FSR_3}{FSR_1 - FSR_3} \quad (5.2)$$

$$FSR_{2,3} = \frac{FSR_2 \times FSR_3}{FSR_2 - FSR_3} \quad (5.3)$$

E para verificar o envelope do batimento desses envelopes se faz conforme na Equação 5.4.

$$FSR_{1,3,2,3} = \frac{FSR_{1,3} \times FSR_{2,3}}{FSR_{1,3} - FSR_{2,3}} = \frac{\left(\frac{FSR_1 \times FSR_3}{FSR_1 - FSR_3}\right) \times \left(\frac{FSR_2 \times FSR_3}{FSR_2 - FSR_3}\right)}{\left(\frac{FSR_1 \times FSR_3}{FSR_1 - FSR_3}\right) - \left(\frac{FSR_2 \times FSR_3}{FSR_2 - FSR_3}\right)} \quad (5.4)$$

Com um pouco de manipulação algébrica é possível simplificar a equação e o resultado que se encontra é a Equação 5.5.

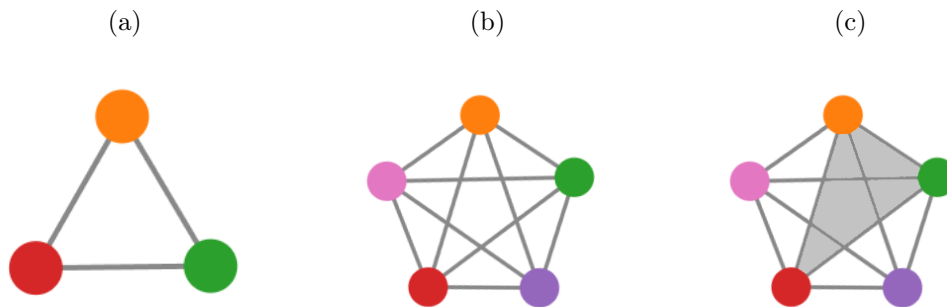
$$FSR_{1,2,1,3} = \frac{FSR_1 \times FSR_2}{FSR_1 - FSR_2} = FSR_{1,2} \quad (5.5)$$

Resulta dessas equações que o batimento de onda dos envelopes não produz nenhum envelope novo e, portanto, não existe nenhum novo fator M para aumentar a sensibilidade do sensor.

Na verdade, esse raciocínio se aplica não apenas a três sensores como também se aplica para N sensores. Isso porque dentro de N sensores pode se fazer combinações de três sensores, e nenhum desses agrupamentos produzirá novos envelopes. Se for pensado nos sensores como vértices e os batimentos de ondas como arestas, pode se montar um grafo totalmente conectado, e fica claro que um grafo de N vértices é composto por *subsets* de três. Essa situação é ilustrada pela Figura 26.

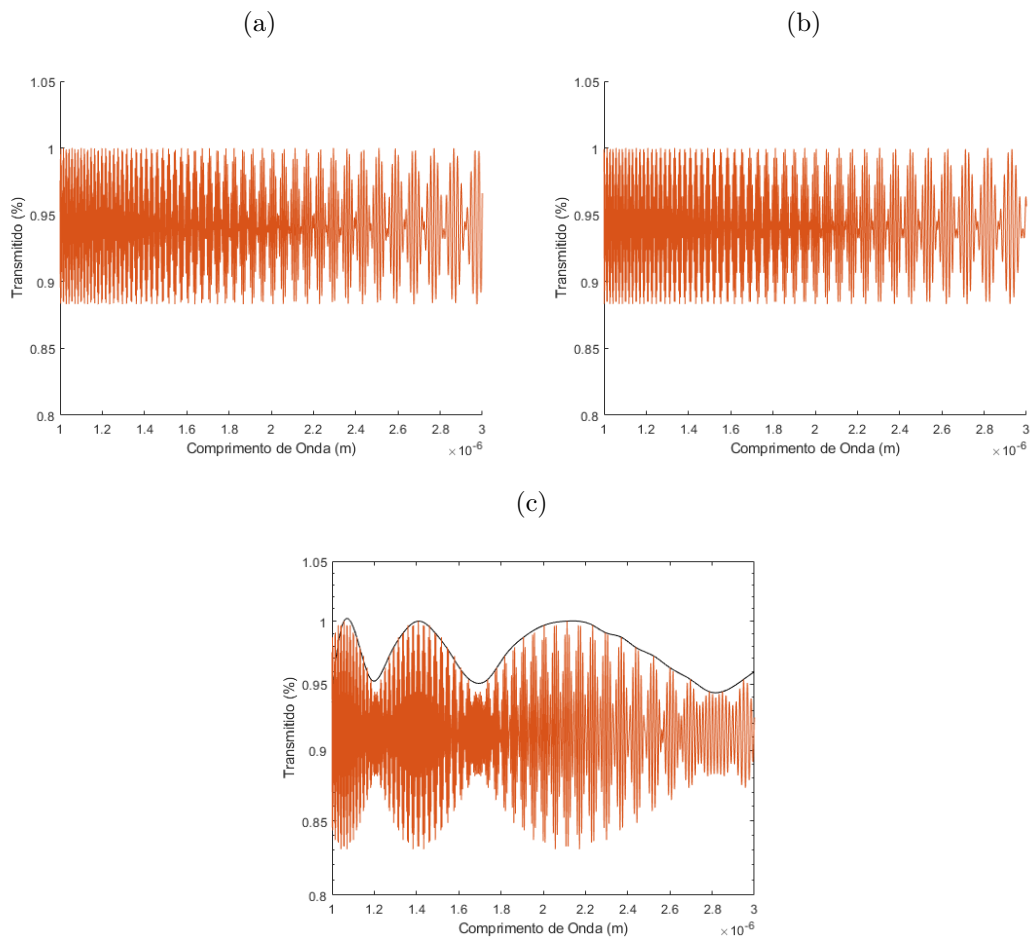
Essa linha de raciocínio, apesar de não ser uma prova matemática rígida, é um forte indicativo de que não há ganho, via efeito Vernier, em adicionar mais sensores. O que sustenta essa ideia são as simulações. Para avaliar o problema, foi primeiro simulado os sensores para os pares (1,2 e 1,01) e (1,2 e 1,02), depois sendo simulado para os três juntos. A razão para se ter dois valores tão próximos quanto 1,01 e 1,02 é que com esse  $\delta$  tão pequeno o FSR do envelope será grande e ele pode ser observado com mais facilidade. Os resultados se encontram na Figura 27.

Figura 26 – Grafo com três vértices (a), grafo com cinco vértices (b) e um grafos com cinco marcando o seu *subset* de três.



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 27 – Simulação do efeito Vernier com três sensores de 1,01, 1,02 e 1,2 metros de fibra. Tendo o espectro da combinação 1,01 e 1,2(a), 1,02 e 1,2(b) e a combinação dos dois envelopes no caso com os três sensores(c).

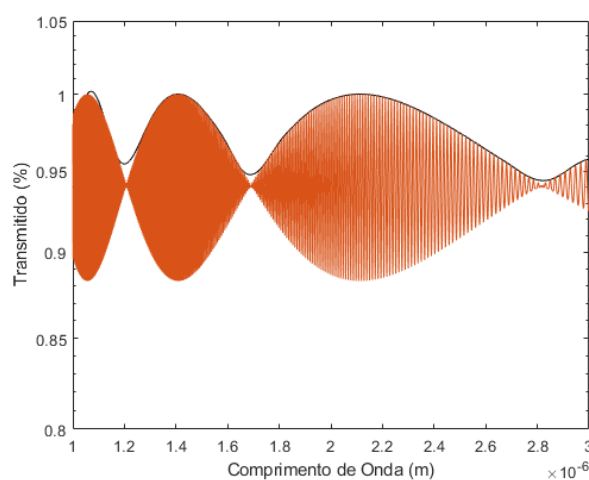


Fonte: Produção do próprio autor.

A princípio parece que foi formado um novo envelope, porém ao se observar o envelope gerado pelo par (1,02 e 1,01) na Figura 28, fica claro que esse envelope gerado é, na

verdade, o dessa combinação.

Figura 28 – Espectro para combinação 1,01 e 1,02.



Fonte: Produção do próprio autor.

Essa constatação de que o envelope do par (1,02 e 1,01) é o mesmo que emerge ao se combinar os envelopes dos outros dois batimentos é a demonstração prática da Equação 5.5.

Essas simulações foram feitas em uma faixa de 2000 nm, esse tamanho é irreal para qualquer sensor, sendo escolhido para evidenciar a forma dos envelopes e se ter uma distinção clara dos envelopes combinados.



## 6 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

### 6.1 Conclusões

Durante o desenvolvimento do trabalho, varias características do sistema, das simulações e de montagem foram analisadas. Dentre as informações levantadas, algumas se destacam como conclusões do trabalho.

Primeiramente se entende que as respostas das montagens em série e em paralelo em todos os casos estudados foram semelhantes, com a paralelo tendo como diferença uma amplitude entre picos e vales menor, aproximadamente duas vezes menor com dois sensores e três vezes menor com três sensores. Com os testes feitos em laboratório foi possível constatar que o efeito Vernier pode ser criado em laboratório com equipamento comuns e sem necessitar de muitos ajustes. Porém, a fabricação em laboratório de fibras possui uma precisão muito baixa, isso porque os processos de corte e emenda de fibra utilizados para adaptar ao tamanho desejado não são tão precisos, diferente das fibras comerciais, as quais são extremamente precisas. Mas mesmo as montadas em laboratório, com muita imprecisão nas dimensões, já alcançam bons multiplicadores de sensibilidade. Outra característica importante encontra é que o comprimento absoluto das fibras PMF não importa para sensibilidade, porém, esse valor ainda é interessante no projeto do sensor por diminuir o FSR, permitindo se observar o espectro necessário em uma menor largura de banda.

Já se tratando do fator  $M$ , o efeito Vernier possui sensibilidade teoricamente infinita, ficando limitado pelas questões de construção física e pela capacidade de se observar numa banda limitada. E considerando os harmônicos do efeito Vernier, eles não apresentam vantagem no caso do IS e adicionam novos desafios para a extração do envelope, eles seriam vantajosos se o *detuning* da construção for proporcional ao tamanho do sensor. Mesmo assim, os harmônicos dificultam a extração do envelope e acaba sendo mais interessante se valer da precisão teórica infinita do caso fundamental, para projetar o sensor com a precisão desejada, ao invés de aumentar a complexidade do sistema.

Por fim, configurações com mais sensores não melhoram a sensibilidade do sistema e dificultam a extração do envelope. Isso porque não aparecem novos efeitos Vernier formados com os novos envelopes e os sinais de batimentos de todos os envelopes se misturam e poluem o espectro resultante, será melhor remover todos os sensores extras e deixar apenas os dois que produzem o envelope mais sensível.

## 6.2 Trabalhos Futuros

Este trabalho tanto revelou novos caminhos a se explorar, quanto não tocou em assuntos que pedem mais investigações. Alguns tópicos que podem ser explorados em trabalho futuros são:

- Estudar configurações com diferentes interferômetros.
- Estudar o caso complexo do efeito Vernier com ambos sensores variando a temperatura, principalmente no caso em que os espectros se deslocam em direções opostas, pois esses apresentam um aumento na sensibilidade ainda maior que o efeito Vernier simples.
- Estudar o efeito Vernier no contexto do sensoriamento de outras grandezas físicas.
- Avaliar novas formas de demodular as informações contidas no espectro de transmissão, alguns trabalhos como (ZHU; HUANG, 2022) e (ZHU; ALSALMAN; NAKU, 2023) estão utilizando de aprendizado de máquina para interpretar os dados e aumentar as capacidades do sistema.
- Explorar a combinação de efeito Vernier com efeito de interferências de modos, utilizar fibras multimodos vem sendo uma nova dimensão promissora, alguns trabalhos encontraram efeitos multiplicadores altíssimos como em (GOMES et al., 2020) com um fator M de 850.

## REFERÊNCIAS

CULSHAW, B. The optical fibre sagnac interferometer: an overview of its principles and applications. Measurement Science and Technology, v. 17, n. 1, Nov 2005. Citado na página 14.

DING, Z.; TAN, Z.; XIAO, S.; GAO, H. Sensitivity amplification of high birefringence fiber loop mirror temperature sensor with vernier effect. Applied Physics B, v. 127, n. 63, Apr 2021. Citado na página 16.

GOMES, A. D.; BARTELT, H.; FRAZÃO, O. Optical vernier effect: Recent advances and developments. Laser Photonics Reviews, v. 15, n. 7, May 2021. Citado 5 vezes nas páginas 16, 24, 25, 26 e 40.

GOMES, A. D.; FERREIRA, M. S.; BIERLICH, J.; KOBELKE, J.; ROTHHARDT, M.; BARTELT, H.; FRAZÃO, O. Optical harmonic vernier effect: A new tool for high performance interferometric fiber sensors. Sensors, v. 19, n. 24, Nov 2019. Citado na página 23.

GOMES, A. D.; KOBELKE, J.; BIERLICH, J.; DELLITH, J.; ROTHHARDT, M.; BARTELT, H.; FRAZÃO, O. Giant refractometric sensitivity by combining extreme optical vernier effect and modal interference. Scientific Reports, n. 10, Nov 2020. Citado na página 49.

HARIHARAN, P. BASICS OF INTERFEROMETRY. [S.l.]: Academic Press, 2007. Citado na página 19.

LIN, W.; SHAO, L.; LIU, Y.; BANDYOPADHYAY, S.; LIU, Y.; XU, W.; LIU, S.; HU, J.; VAI, M. I. Temperature sensor based on fiber ring laser with cascaded fiber optic sagnac interferometers. IEEE Photonics Journal, v. 13, n. 2, Mar 2021. Citado na página 16.

LIU, Q.; LI, S.-G.; CHEN, H. Enhanced sensitivity of temperature sensor by a pcf with a defect core based on sagnac interferometer. Sensors and Actuators B, v. 254, p. 636–641, Jul 2018. Citado na página 28.

LIU, S.; LU, G.; LV, D.; CHEN, M.; ZHANG, Z. Sensitivity enhanced temperature sensor with cascaded sagnac loops based on harmonic vernier effect. Optical Fiber Technology, v. 66, Oct 2021. Citado na página 16.

LIU, S.; LU, G.; LV, D.; CHEN, M.; ZHANG, Z. Tapered two-mode fiber based sagnac loop temperature sensor with improved interference spectrum extinction ratio. Optik, v. 242, Sept 2021. Citado na página 15.

NAN, T.; LIU, B.; WU, Y.; WANG, J.; MAO, Y.; ZHAO, L.; SUN, T.; WANG, J. Ultrasensitive strain sensor based on vernier-effect improved parallel structured fiber-optic fabry-perot interferometer. Optics Express, v. 27, n. 12, p. 17239–17250, Jun 2019. Citado na página 31.

- PIZZAIA, J. Sensores em Fibra Óptica Baseados em Interferômetros de Sagnac. 74 p. Dissertação (Mestrado) — Dissertação (Mestrado) - UFES, 2021. Citado 5 vezes nas páginas 15, 21, 22, 28 e 29.
- PIZZAIA, J. P. L.; CASTELLANI, C. E. S. Highly sensitive temperature sensing based on abirrefringent fiber sagnac loop. Optical Fiber Technology, v. 72, n. 5, 2022. Citado na página 15.
- PIZZAIA, J. P. L.; SILVA, R. L.; LEAL-JUNIOR, A. G.; CASTELLANI, C. E. S. Temperature sensor based on an erbium doped fiber sagnac interferometer. Applied Optics, v. 61, n. 9, 2022. Citado na página 15.
- ROSA, E. De la; ZENTENO, L. A.; STARODUMOV, A. N.; MONZON, D. All-fiber absolute temperature sensor using an unbalanced high-birefringence sagnac loop. Optics Letters, v. 22, n. 7, Apr 1997. Citado na página 14.
- SAGNAC, G. Sur la preuve de la réalité de l'éther lumineux par l'expérience de l'interférographe tournant. Comptes rendus, v. 157, p. 1410–1413, 1913. Citado na página 14.
- SHAO, L.-Y.; LUO, Y.; ZHANG, Z.; ZOU, X.; LUO, B.; PAN, W.; YAN, L. Sensitivity-enhanced temperature sensor with cascaded fiber optic sagnac interferometers based on vernier-effect. Optics Communications, v. 336, p. 73–76, Feb 2015. Citado na página 16.
- THEOCARIS, P. S.; GDOUTOS, E. E. Matrix Theory of Photoelasticity. [S.l.]: Springer Series in Optical Sciences, 1979. Citado na página 27.
- WU, B.; ZHAO, C.; XU, B.; LI, Y. Optical fiber hydrogen sensor with single sagnac interferometer loop based on vernier effect. Sensors and Actuators B, v. 255, n. 3, p. 3011–3016, Feb 2018. Citado na página 42.
- XU, R.; LIU, S.; SUN, Q.; LU, P.; LIU, D. Experimental characterization of a vernier strain sensor using cascaded fiber rings. Photonics Technology Letters, v. 24, n. 23, Dec 2012. Citado na página 16.
- ZHAO, Y.; DAI, M.; CHEN, Z.; LIU, X.; GANDHI, M. S. A.; LI, Q.; FU, H. Y. Ultrasensitive temperature sensor with vernier-effect improved fiber michelson interferometer. Optics Express, v. 29, n. 2, p. 1090–1101, Jan 2021. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 36.
- ZHU, C.; ALSALMAN, O.; NAKU, W. Machine learning for a vernier-effect-based optical fiber sensor. Optics Letters, v. 48, n. 9, p. 2488–2491, May 2023. Citado na página 49.
- ZHU, C.; HUANG, J. Self-vernier effect-assisted optical fiber sensor based on microwave photonics and its machine learning analysis. Journal of Lightwave Technology, v. 41, n. 6, p. 1890 – 1898, Dec 2022. Citado na página 49.